

Nome: \_\_\_\_\_

**ATENÇÃO:**

Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, **NÃO SERÃO CONSIDERADAS**. Todas as equações estão em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI).

Nos problemas de resolução numérica considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

\*\*\*Pontuação apenas para soluções inteiramente corretas.

**01. \*\*\* (3,0 pontos)** A posição  $\vec{r}$  de uma partícula que se move em um plano  $xy$  é dada pela equação

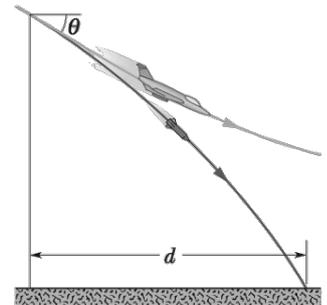
$$\vec{r}(t) = (2,0t^3 - 8,0t)\hat{x} + (6,0 - 3,0t)\hat{y},$$

onde  $\vec{r}$  é medido em metros,  $t$  em segundos,  $\hat{x}$  denota vetor unitário que aponta no sentido positivo do eixo  $x$  e  $\hat{y}$  é o vetor unitário que aponta no sentido positivo do eixo  $y$ .

- (1,0) Obtenha a distância da partícula até a origem no instante de tempo  $t = 3 \text{ s}$ .
- (1,0) Calcule a velocidade média da partícula entre os instantes de tempo  $t = 0$  e  $t = 3 \text{ s}$ .
- (1,0) Determine a velocidade e a aceleração da partícula quando ela passa pela origem.

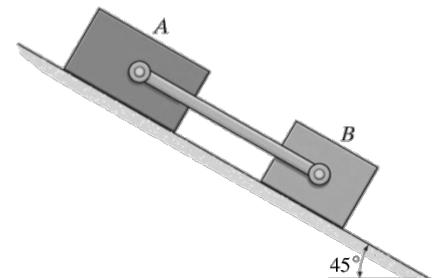
**02. (3,0 pontos)** Um avião que viaja com uma velocidade de  $300 \text{ m/s}$  está inclinado de um ângulo  $\theta = 45^\circ$  em relação à horizontal quando abandona uma bomba de uma altura desconhecida. A distância horizontal entre o ponto de lançamento da bomba e o seu alvo é igual a  $d = 900 \text{ m}$ . Calcule:

- (1,0) o tempo em que a bomba permanece no ar;
- (1,0) a altura de lançamento da bomba;
- (1,0) o módulo da velocidade da bomba no instante em que ela atinge o alvo.



**03. (4,0 pontos)** Dois blocos  $A$  e  $B$  estão ligados por uma haste rígida e dispostos em um plano inclinado de ângulo  $\theta = 45^\circ$ . Os coeficientes de atrito cinético entre os blocos  $A$  e  $B$  e o plano inclinado valem, respectivamente  $\mu_A = \mu$  e  $\mu_B = 2\mu$ . Sabendo que os blocos possuem massas iguais a  $m_A = m$ ,  $m_B = 2m$  e que a haste possui massa desprezível, determine:

- (1,5) o módulo da aceleração do conjunto;
- (1,5) o módulo da força de tensão na haste. A haste está sendo esticada ou comprimida? Justifique.
- (1,0) Para que valor de inclinação do plano, ou seja, do ângulo  $\theta$ , o sistema se move com velocidade constante?



Fisica 1 - 2014.2  
1ª Prova - Resoluções

#01.  $\vec{r}(t) = (2pt^3 - 8,0t) \hat{x} + (6,0 - 3,0t) \hat{y}$

a)  $|\vec{r}(3)| = ?$

$$\vec{r}(3) = (2 \cdot 27 - 24) \hat{x} + (6 - 9) \hat{y}$$

$$\vec{r}(3) = (30 \hat{x} - 3 \hat{y}) \text{ m}$$

$$r(3) = \sqrt{900 + 9} = \sqrt{909} = \sqrt{303 \cdot 3}$$

$$r(3) = \sqrt{101 \cdot 9} \Rightarrow \boxed{r(3) = 3\sqrt{101} \text{ m}}$$

$$\boxed{r(3) \approx 30 \text{ m}}$$

b)  $\vec{r}(0) = (0 \hat{x} + 6 \hat{y}) \text{ m}$

$$\vec{r}(3) = (30 \hat{x} - 3 \hat{y}) \text{ m}$$

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{r}(3) - \vec{r}(0)}{3 - 0} = \frac{(30 - 0) \hat{x} + (-3 - 6) \hat{y}}{3}$$

$$\boxed{\vec{v}_m = (10 \hat{x} - 3 \hat{y}) \text{ m/s}}$$

$$\leftarrow x(t) = 0$$

$$c) \vec{r}(t^*) = \vec{0} \Rightarrow 2t^3 - 8t = 0$$

$$(2t^2 - 8)t = 0$$

$$t \neq 0 \Rightarrow 2t^2 - 8 = 0$$

$$t = 2s = t^*$$

$$y(t) = 6 - 3t = 0$$

$$t = 2s = t^*$$

Em  $t^* = 2s$ ,  $\vec{r} = \vec{0}$  = origem!

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = (6t^2 - 8)\hat{x} - 3\hat{y}$$

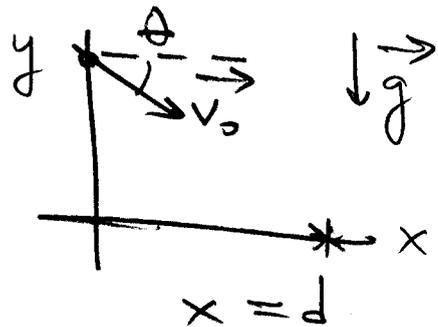
$$\boxed{\vec{v}(2) = (16\hat{x} - 3\hat{y})\text{m/s}}$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = 12t\hat{x} \Rightarrow \boxed{\vec{a}(2) = 24\text{m/s}^2}$$

#02. a)  $v_0 = 300\text{m/s}$

$$\theta = 45^\circ$$

$$d = 900\text{m}$$



$$a) \Delta x = v_{0x} t$$

$$x = x_0 + v_{0x} t = 0 + v_0 \cos \theta t$$

$$x = d \Rightarrow t = t_v \Rightarrow d = v_0 \cos \theta t_v$$

$$t_v = \frac{d}{v_0 \cos \theta} = \frac{900}{300 \cos 45^\circ} = \frac{3}{\sqrt{2}/2}$$

$$t_v = \frac{6}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{t_v = 3\sqrt{2} \text{ s}}$$

$$b) y = y_0 + v_{0y} t - g \frac{t^2}{2} \quad \swarrow \text{ } v_{0y} \text{ aponta p/ } -\hat{y}!$$

$$y = 0 \Rightarrow t = t_v \Rightarrow 0 = y_0 - v_0 \sin \theta t_v - g \frac{t_v^2}{2}$$

$$y_0 = v_0 \sin \theta t_v + g \frac{t_v^2}{2} = 300 \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 3\sqrt{2} + 5 (3\sqrt{2})^2$$

$$y_0 = 150 \cdot 2 \cdot 3 + 5 \cdot 9 \cdot 2$$

$$y_0 = 900 + 90$$

$$\boxed{y_0 = 990 \text{ m}}$$

04

$$c) \vec{v}(t=t_v) = ?$$

$$\vec{v}(t_v) = v_{0x} \hat{x} + v_y(t_v) \hat{y}$$

$$v_{0x} = v_0 \cos 45^\circ = 150\sqrt{2} \text{ m/s}$$

$$v_y = v_{0y} - g t_v = -v_0 \sin \theta - g t_v$$

$$v_y = -300 \frac{\sqrt{2}}{2} - 10 \cdot 3\sqrt{2} = -180\sqrt{2} \text{ m/s}$$

$$\vec{v}(t_v) = (150\hat{x} - 180\hat{y})\sqrt{2} \text{ m/s}$$

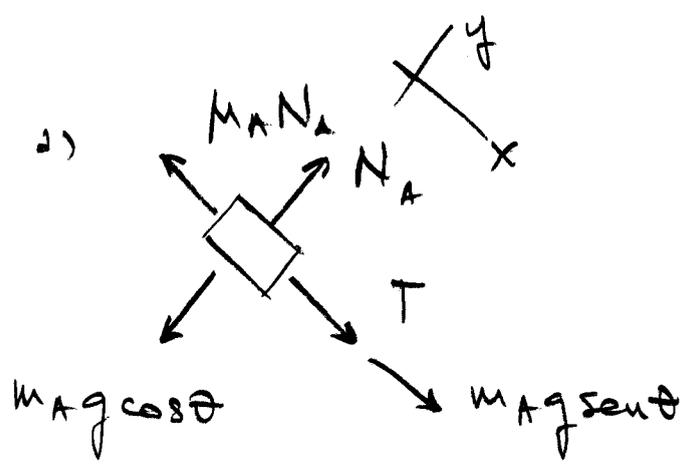
$$v(t_v) = 2\sqrt{150^2 + 180^2} = \sqrt{15^2 + 18^2} \cdot 20$$

$$v(t_v) = 20\sqrt{225 + 324} = 20\sqrt{549}$$

$$v(t_v) = 20\sqrt{3.183} = 20\sqrt{9.61}$$

$$v(t_v) = 60\sqrt{61} \text{ m/s}$$

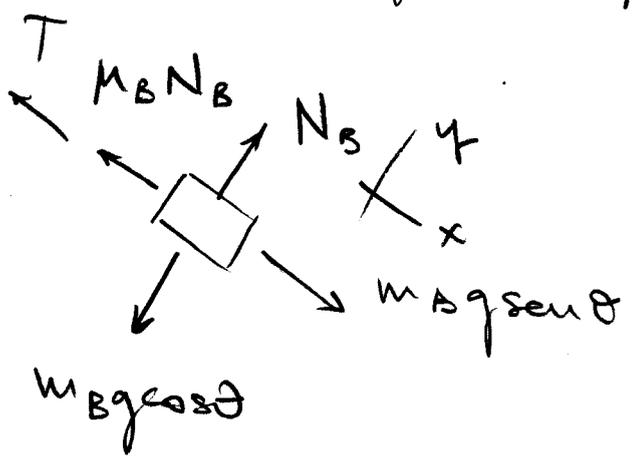
#03. 1)



$$\hat{x}: m_A g \sin \theta - \mu_A N_A + T = m_A a_{Ax}$$

$$\hat{y}: N_A - m_A g \cos \theta = m_A a_{Ay} = 0 \Rightarrow N_A = m_A g \cos \theta$$

$$\textcircled{A} \quad m_A g \sin \theta - \mu_A m_A g \cos \theta + T = m_A a_{Ax}$$



$$\hat{x}: m_B g \sin \theta - \mu_B N_B - T = m_B a_{Bx}$$

$$\hat{y}: N_B - m_B g \cos \theta = m_B a_{By} = 0 \Rightarrow N_B = m_B g \cos \theta$$

$$\textcircled{B} \quad m_B g \sin \theta - \mu_B m_B g \cos \theta - T = m_B a_{Bx}$$

$$\textcircled{A} + \textcircled{B} : (m_A + m_B) g \sin \theta - (m_A \mu_A + m_B \mu_B) g \cos \theta = m_A a_{Ax} + m_B a_{Bx}$$

06

Como a haste é rígida:  $a_{Ax} = a_{Bx} = a$

$$(m_A + m_B) g \sin \theta - (\mu_A m_A + \mu_B m_B) g \cos \theta = (m_A + m_B) a$$

$$m_A = m, m_B = 2m, \mu_A = \mu, \mu_B = 2\mu:$$

$$3m g \sin \theta - (\mu m + 2\mu 2m) g \cos \theta = 3ma$$

$$g \frac{\sqrt{2}}{2} (3m - 5\mu m) = 3ma$$

$$a = g \frac{\sqrt{2}}{2} \left( 1 - \frac{5}{3} \mu \right)$$

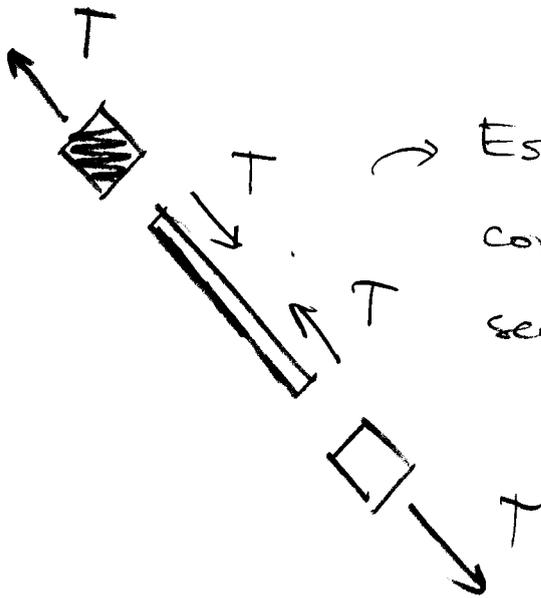
b)  $\textcircled{A}$   $T = m_A a - m_A g \sin \theta + \mu_A m_A g \cos \theta$

$$T = ma - mg \sin \theta + \mu mg \cos \theta$$

$$T = m \left[ g \frac{\sqrt{2}}{2} - g \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{5}{3} \mu - g \frac{\sqrt{2}}{2} + g \mu \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$$

$$T = -\mu mg \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$T = -\mu mg \frac{\sqrt{2}}{3} < 0 \Rightarrow \text{seu sentido deve ser invertido!}$$



Esquema com 2 direções corretas. A barra está sendo comprimida!

$$c) (\textcircled{A} + \textcircled{B}) : 3mg \sin \theta - 5\mu mg \cos \theta = 3ma$$

$$v = \text{cte} \Rightarrow a = 0 \Rightarrow 3g \sin \theta - 5\mu g \cos \theta = 0$$

$$3 \sin \theta = 5\mu \cos \theta$$

$$\tan \theta = 5\mu/3$$

$$\theta = \arctan(5\mu/3)$$