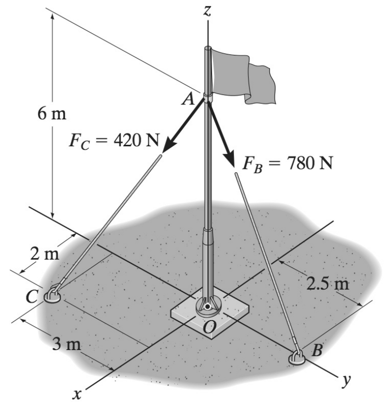
Universidade de Pernambuco
Escola Politécnica de Pernambuco
16 de abril de 2013
Mecânica 1 - 1° Semestre 2013 – 1ª Prova

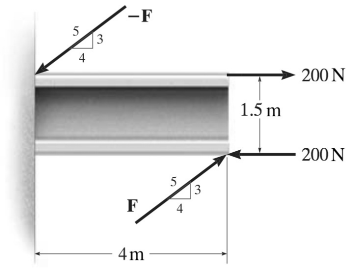
Nome:____

ATENÇÃO: Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS.



01. (3,5 pontos) Um mastro de bandeira está submetido a ação de duas forças transmitidas ao longo de dois cabos que ligam os pontos A e B e os pontos A e C, conforme mostra a figura.

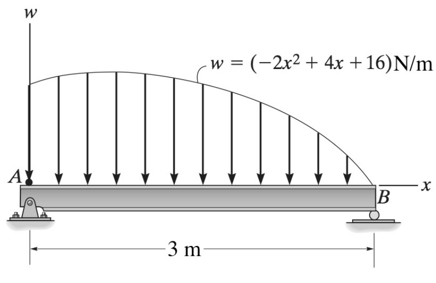
a) (1,0) Obtenha os vetores unitários ao longo das direções $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$.
b) (1,0) Escreva as forças $\vec{F}_B$ e $\vec{F}_C$ em notação vetorial.
c) (1,0) Calcule a força resultante que atua no ponto A.
d) (0,5) Obtenha o momento resultante em relação ao ponto O.



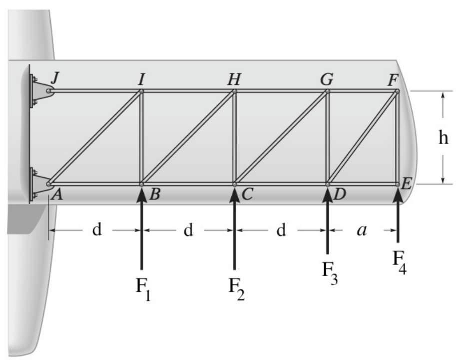
02. (2,0 pontos) Dois pares de forças atuam sobre uma barra como ilustra a figura. Desprezando o peso da barra, calcule:

a) (1,0) o módulo do momento de binário para as forças de 200 N;
b) (1,0) o módulo $\vec{F}$ de para que o momento de binário sobre a barra seja igual a 60 Nm no sentido anti-horário.

03. (2,5 pontos) Uma carga distribuída $w(x) = (-2x^2 + 4x + 16)\ N/m$ atua sobre uma barra de comprimento igual a $3\ m$, onde x é medido em metros. Observe a figura.



a) (0,5) Determine o valor máximo que $w(x)$ pode assumir e onde ele ocorre na barra.
b) (0,5) Calcule o módulo da força resultante equivalente sobre a barra.
c) (1,0) Determine a localização da força resultante equivalente em relação ao ponto A.
d) (0,5) Obtenha o módulo do momento da força resultante equivalente em relação ao ponto A.



04. (2,0 pontos) A treliça interna da asa de um pequeno avião está submetida as forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ e $\vec{F}_4$ mostradas na figura. Considere $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$ e $h = d$. Utilizando o método das seções, determine:

a) (1,0) o módulo da força ao longo da barra BH;
b) (0,5) o módulo da força ao longo da barra BC, sabendo que o momento resultante em relação ao ponto H deve ser zero na seção;
c) (0,5) o módulo da força ao longo da barra HC.

Mecânica 1 - 1ª Prova - 2013.1

Gabarito

#01. a) $A(0,0,6)\,m$ $\qquad \hat{r}_{AB} = \dfrac{\vec{r}_{AB}}{r_{AB}}$

$B(0,5/2,0)\,m$

$C(2,-3,0)\,m$ $\qquad \hat{r}_{AC} = \dfrac{\vec{r}_{AC}}{r_{AC}}$

$$\vec{r}_{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A)$$

$$\vec{r}_{AB} = (0, 5/2, -6)\,m, \quad r_{AB} = \sqrt{0^2 + (5/2)^2 + (-6)^2}$$

$$r_{AB} = \sqrt{\frac{25}{4} + 36} = \sqrt{\frac{25 + 144}{4}} = \frac{13}{2}\,m$$

$$\hat{r}_{AB} = \frac{(0, 5/2, -6)}{13/2} \Rightarrow \boxed{\hat{r}_{AB} = (0, 5/13, -12/13)}$$

$$\vec{r}_{AC} = (2,-3,-6)\,m, \quad r_{AC} = \sqrt{(2)^2 + (-3)^2 + (-6)^2}$$

$$r_{AC} = \sqrt{4+9+36} \Rightarrow r_{AC} = 7\,m$$

$$\boxed{\hat{r}_{AC} = \frac{1}{7}(2,-3,-6)}$$

02

b) $\vec{F}_B = F_B \hat{n}_{AB}$

$$\vec{F}_B = 780 \left(0, \frac{5}{13}, -\frac{12}{13}\right) \Rightarrow \boxed{\vec{F}_B = (300\hat{y} - 720\hat{z}) \text{ N}}$$

$$\vec{F}_c = F_c \hat{n}_{AC} = \cancel{420}^{60} \cdot \frac{1}{\cancel{7}} (2, -3, -6)$$

$$\vec{F}_c = (120, -180, -360) \text{ N}$$

$$\boxed{\vec{F}_c = (120\hat{x} - 180\hat{y} - 360\hat{z}) \text{N}}$$

c) $\vec{F}_{RA} = \vec{F}_B + \vec{F}_c$

$$\vec{F}_{RA} = [(0+120)\hat{x} + (300-180)\hat{y} + (-720-360)\hat{z}] \text{N}$$

$$\boxed{\vec{F}_{RA} = (120\hat{x} + 120\hat{y} - 1080\hat{z}) \text{N}}$$

d) $\vec{M}_{Ro} = \vec{r}_{OA} \times \vec{F}_{RA}$, $\vec{r}_{OA} = (0, 0, 6) \text{m}$

$$\vec{M}_{Ro} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & 0 & 6 \\ 120 & 120 & -1080 \end{vmatrix}$$

$$\vec{M}_{R_O} = \hat{x}(0-720) + \hat{y}(720-0) + \hat{z}(0-0)$$

$$\vec{M}_{R_O} = -720\hat{x} + 720\hat{y}$$

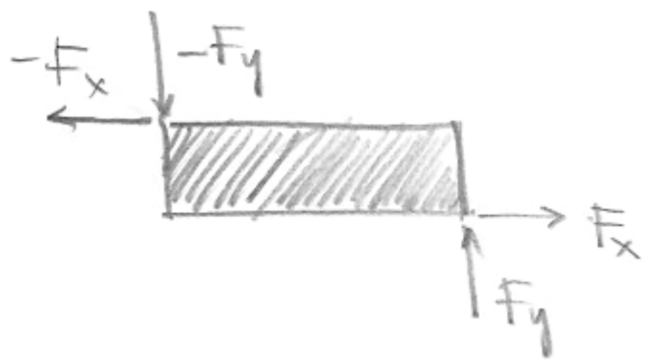
$$\boxed{\vec{M}_{R_O} = 720(\hat{y}-\hat{x})\,Nm}$$

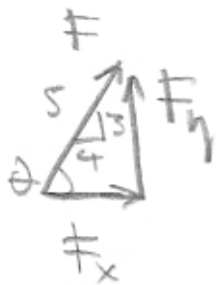
#02. a)

$$M_{200} = -200 \cdot 1{,}5 = -300\,Nm$$

$$\boxed{|M_{200}| = 300\,Nm}$$

b)

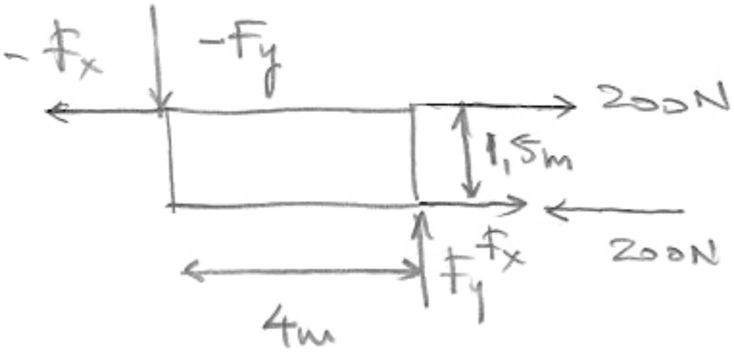




$$F_x = F\cos\theta = F.\frac{4}{5}$$

$$F_y = F\operatorname{sen}\theta = F.\frac{3}{5}$$

$$M_R = +60 = +F_y \cdot 4 - 200 \cdot 1{,}5 + F_x \cdot 1{,}5$$



$$M_R = +60 = F\,\frac{3}{5}\,4 - 300 + F \cdot \frac{4}{5} \cdot 1{,}5$$

$$360 = F \cdot \frac{12}{5} + \frac{6}{5}F = \frac{18}{5}F$$

$$F = \frac{360}{18} \cdot 5 = \frac{\cancel{360}^{\,60}}{\cancel{6} \cdot 3} \cdot 5 = 100\,N$$

$$\boxed{F = 100\,N}$$

#03. 2) $w_{máx} \leftarrow \left.\frac{dw}{dx}\right|_{x_0} = 0$

$$\frac{dw}{dx} = -4x^2 + 4 \;, \quad \left.\frac{dw}{dx}\right|_{x_0} = 0 \Rightarrow -4x_0^2 + 4 = 0$$

$\rightarrow$

$$4x_o^2 = 4 \Rightarrow x_o = \pm 1$$

$$\boxed{x_o = +1m}$$ Posição do máximo.

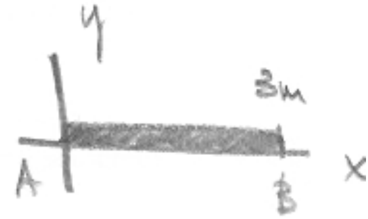
$$w(x_o) = w_{máx} \Rightarrow w_{máx} = -2.1^2 + 4.1 + 16$$

$$w_{máx} = -2 + 4 + 16$$

$$\boxed{w_{máx} = 18\ N/m}$$

b) $$F_R = \int_0^{3m} w(x)\,dx = \int_0^{3} (-2x^2 + 4x + 16)\,dx$$

$$F_R = -\frac{2x^3}{3}\Big|_0^3 + 4\frac{x^2}{2}\Big|_0^3 + 16x\Big|_0^3$$



$$F_R = -\frac{2}{3}(3)^3 + 2(3)^2 + 16.(3)$$

$$F_R = -\frac{2}{\cancel{3}}.\cancel{27}^{9} + 2.9 + 48$$

$$F_R = 48N \longrightarrow \boxed{\vec{F}_R = 48N(-\hat{y})}$$

06

c) $\bar{x} = \dfrac{\int_0^3 x\,w(x)\,dx}{\int_0^3 w(x)\,dx}$

$$\int_0^3 x\,w(x)\,dx = \int_0^3 x(-2x^2+4x+16)\,dx$$

$$= \int_0^3 (-2x^3+4x^2+16x)\,dx$$

$$= -\frac{2x^4}{4}\Big|_0^3 + 4\frac{x^3}{3}\Big|_0^3 + 16\frac{x^2}{2}\Big|_0^3$$

$$= -\frac{1}{2}(3)^4 + \frac{4}{3}(3)^3 + 8(3)^2$$

$$= -\frac{81}{2} + 4.3^2 + 8.3^2 = -\frac{81}{2} + 12.3^2$$

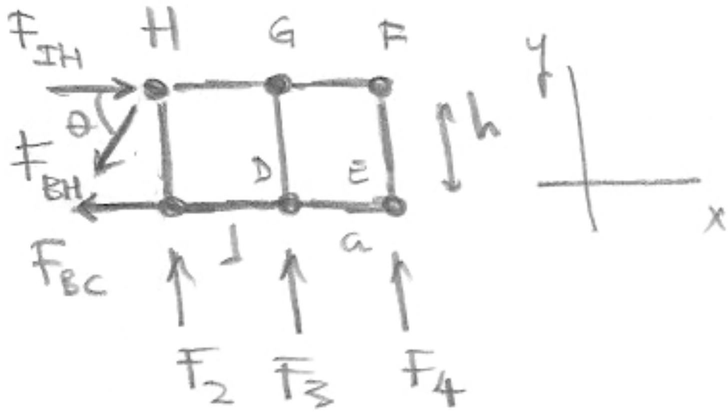
$$= -\frac{81}{2} + 108 = \frac{216-81}{2} = \frac{135}{2}$$

$$\bar{x} = \frac{\frac{135}{2}}{48} = \frac{135}{96} \Rightarrow \boxed{\bar{x} = \frac{135}{96}\ m}$$

d) $M_{R_A} = \bar{x} F_R$

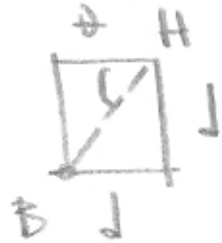
$$M_{RA} = \frac{135}{\cancel{9}\cancel{6}/2} \cdot \cancel{4}8 \Rightarrow \boxed{M_{R_A} = \frac{135}{2} \text{ Nm}}$$

#04. a)



$F_{Ry} = 0 \Rightarrow F_2 + F_3 + F_4 - F_{BHy} = 0$

$F_{BHy} = F_{BH} \operatorname{sen}\theta$



$\operatorname{sen}\theta = \dfrac{d}{\sqrt{2d^2}} = \dfrac{d}{d\sqrt{2}}$

$\operatorname{sen}\theta = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$F_2 + F_3 + F_4 = F_{BH} \operatorname{sen}\theta = F_{BH} \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$$F_{BH} = \frac{F_2 + F_3 + F_4}{\sqrt{2}/2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{F_{BH} = \sqrt{2}\,(F_2 + F_3 + F_4)}$$

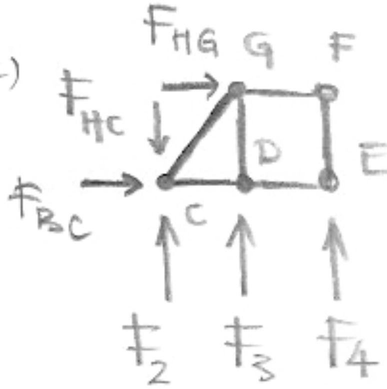
b) $M_{BH} = 0 \Rightarrow -F_{BC}\,h + F_3\,d + F_4\,(d+a) = 0$

$h = d \Rightarrow -F_{BC}\,d + F_3\,d + F_4\,(d+a) = 0$

$$F_{BC} = F_3 + \frac{F_4}{d}(d+a)$$

$$\boxed{F_{BC} = F_3 + F_4\left(1 + \frac{a}{d}\right)}$$

c)



$F_{Ry} = 0$

$-F_{HC} + F_2 + F_3 + F_4 = 0$

$$\boxed{F_{HC} = F_2 + F_3 + F_4}$$