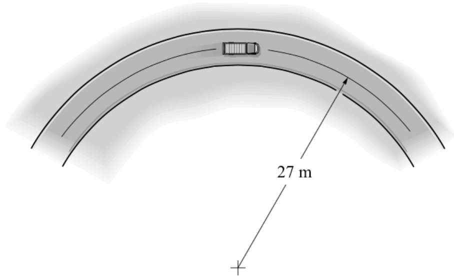
Universidade de Pernambuco
Escola Politécnica de Pernambuco
10 de abril de 2015
Mecânica 2 - 1° Semestre 2015 – 1ª Prova

Nome:____

ATENÇÃO:
Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS. Todas as equações estão em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI).
Nos problemas de resolução numérica considere g = 10 m/s^2.
*****Pontuação apenas para soluções inteiramente corretas.**

01. (3,0 pontos) Um caminhão viaja ao longo de uma pista plana e circular de raio $27\ m$ com uma velocidade de $4{,}0\ m/s$. Quando $t = 0$, o módulo de sua velocidade é aumentada a uma taxa de $a_t = (0{,}4t)\ m/s^2$, onde o tempo está em segundos. Para o instante de tempo $t = 4\ s$, calcule os módulos

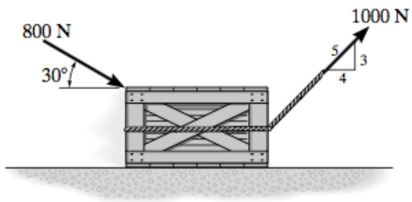


a) (1,0) da velocidade do caminhão;
b) (1,0) da aceleração normal do caminhão;
c) (1,0) da aceleração do caminhão.

02. *(4,0 pontos)** Uma partícula de massa m é projetada verticalmente para cima a partir do solo com velocidade de módulo v_0. Durante sua trajetória, uma força de arrasto, de módulo $|\vec{F}_{ARR}| = kv^2$ e contrária ao movimento, atua sobre a partícula. Nessa expressão, k é uma constante positiva e v é o módulo da velocidade da partícula. A gravidade no local do experimento tem módulo constante g e aponta verticalmente para baixo.

a) (1,0) Esboce o diagrama de corpo isolado da partícula e escreva a sua equação de movimento.
b) (1,0) Obtenha uma expressão para o módulo da velocidade da partícula em função da sua altura.
c) (1,0) Calcule a maior altura atingida pela partícula.
d) (1,0) Qual o módulo da velocidade da partícula no instante em que ela atinge o solo?

03. (3,0 pontos) Uma caixa de massa m = 100 kg está sujeita a ação de duas forças de módulos $F_1 = 800\ N$ e $F_2 = 1000\ N$ como mostra a figura. A gravidade no local do experimento tem módulo constante $g = 10\ m/s^2$ e aponta verticalmente para baixo. Sabendo que a caixa está inicialmente em repouso e que o coeficiente de atrito cinético entre ela e a superfície é igual a $\mu = 0{,}2$, determine:



a) (1,0) o trabalho das forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, da força de atrito, da normal e da força gravitacional em um deslocamento genérico de módulo x;
b) (1,0) uma expressão para o módulo da velocidade da caixa em função de x;
c) (1,0) o valor do módulo do deslocamento da caixa quando sua velocidade atinge $10\ m/s$.

MECÂNICA 2 - 2015.1

1ª PROVA

TURMA GG

RESOLUÇÃO

#01. $\rho = 27m$

$v_0 = 4 m/s$

a) $a_t = \frac{dv}{dt} \Rightarrow v = v_0 + \int_0^t a_t \, dt$

$v(t) = v_0 + \frac{4}{10}\frac{t^2}{2} \Rightarrow v(t) = 4 + \frac{t^2}{5}$

$v(4) = 4 + \frac{16}{5} \Rightarrow \boxed{v(4) = \frac{36}{5} m/s}$

b), c) $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$

$a_t(4) = 0{,}4 \; 4 = 1{,}6 m/s^2 = 8/5 \; m/s^2$

$a_n(4) = \frac{[v(4)]^2}{\rho} = \frac{(36/5)^2}{27} = \frac{36^2}{25.27} = \boxed{\frac{48}{25} m/s^2}$

$a = \sqrt{\frac{8/5 \cdot 25.27 + 36^2}{25.27}}$

$a = \frac{1}{15}\sqrt{\frac{8.5\;27 + 36^2}{3}}$ →

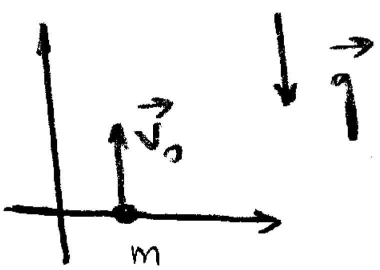
02

$$a = \frac{1}{15}\sqrt{\frac{40\cdot 27 + 3c^2}{3}} = \frac{1}{15}\sqrt{360 + 12\cdot 36}$$

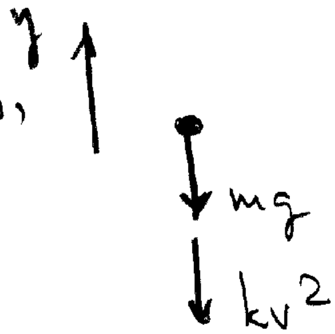
$$a = \frac{1}{15}\sqrt{792} = \frac{2}{15}\sqrt{198} = \frac{6}{15}\sqrt{22}$$

$$\boxed{a = \frac{6}{15}\sqrt{22}\ m/s^2}$$

#02.



a)



$\hat{y}: -mg - kv^2 = ma$

$$\boxed{a = -g - \frac{k}{m}v^2}$$

b) $a = v\dfrac{dv}{ds} = v\dfrac{dv}{dy} \Rightarrow -g - \dfrac{k}{m}v^2 = v\dfrac{dv}{dy}$

$$-dy = \frac{v\,dv}{g + kv^2/m} \Rightarrow -\int_{y_0}^{y} dy = \int_{v_0}^{v} \frac{v\,dv}{g + kv^2/m}$$

$$u = g + \frac{kv^2}{m}, \quad \frac{du}{dv} = 0 + \frac{2kv}{m} \Rightarrow v\,dv = \frac{m\,du}{2k}$$

$$\therefore \int \frac{v\,dv}{g + kv^2/m} = \frac{m}{2k}\int \frac{du}{u} = \frac{m}{2k}\ln(u_f/u_i)$$

→

$$-(y-\cancel{y_0}^{\,0}) = \frac{m}{2k}\ln\left(\frac{mg+kv^2}{mg+kv_0^2}\right)$$

$$-2ky/m = \ln\left(\frac{mg+kv^2}{mg+kv_0^2}\right)$$

$$\frac{mg+kv^2}{mg+kv_0^2} = e^{-2ky/m} \Rightarrow mg+kv^2 = (mg+kv_0^2)\,e^{\frac{-2ky}{m}}$$

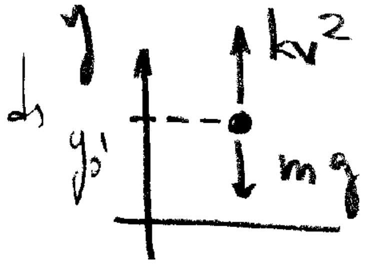
$$\boxed{v(y) = \sqrt{\frac{(mg+kv_0^2)\,e^{-2ky/m} - mg}{k}}}$$

c) Quando $y = y_{máx} \Rightarrow v = 0$:

$$-\frac{2ky_{máx}}{m} = \ln\left(\frac{mg+k.0}{mg+kv_0^2}\right)$$

$$\boxed{y_{máx} = \frac{m}{2k}\ln\left(1+\frac{kv_0^2}{mg}\right)}$$

04



$y_0' = y_{máx}$ (item anterior)

$y = 0$

$$ma = kv^2 - mg \Rightarrow a = \frac{kv^2}{m} - g$$

$$a = v\frac{dv}{dy} \Rightarrow dy = \frac{dv}{\frac{kv^2}{m} - g}, \quad u = \frac{kv^2}{m} - g, \quad \frac{du}{dv} = \frac{2kv}{m}$$

$$\cancelto{0}{y} - y_0' = \frac{m}{2k}\int_{u_i}^{u_f}\frac{du}{u} = \frac{m}{2k}\ln\left(\frac{kv^2 - mg}{kv_0'^2 - mg}\right), \quad v_0' = 0$$

$$e^{-2ky_{máx}/m} = \frac{kv^2 - mg}{-mg} = 1 - \frac{kv^2}{mg}$$

Mas $e^{-2ky_{máx}/m} = \dfrac{mg}{mg + kv_0^2}$ (item anterior), logo

$$\frac{mg}{mg + kv_0^2} = 1 - \frac{kv^2}{mg} \Rightarrow \frac{kv^2}{mg} = 1 - \frac{mg}{mg + kv_0^2}$$

$$\frac{kv^2}{mg} = \frac{\cancel{mg} + kv_0^2 - \cancel{mg}}{mg + kv_0^2} \Rightarrow v^2 = \frac{mgv_0^2}{mg + kv_0^2}$$

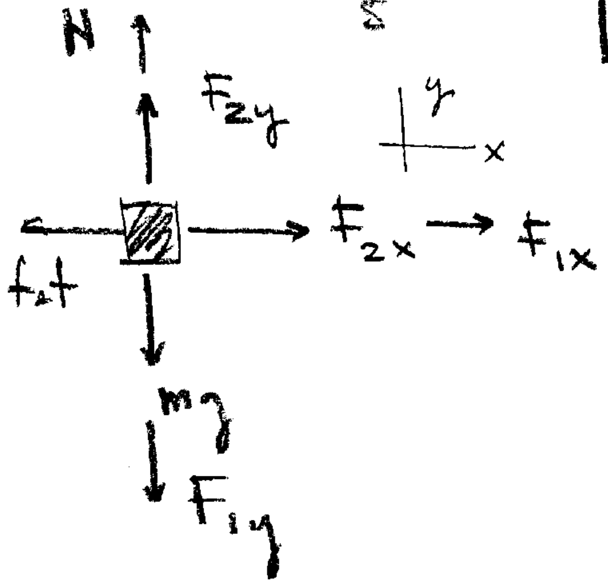
$$\boxed{|v| = \sqrt{\frac{v_0^2}{1 + kv_0^2/mg}}}$$

$k \to 0 \Rightarrow |v| = |v_0|$.

#03. 1) $W_{F_1} = F_1 \cos 30^\circ x$, F_1 é constante.

$$W_{F_1} = \frac{800\sqrt{3}}{2} x \Rightarrow \boxed{W_{F_1}(x) = 400\sqrt{3}\, x}$$

$$W_{F_2} = F_2 \frac{4}{5} x \Rightarrow \boxed{W_{F_2}(x) = 800x}$$



$\hat{y}: N + F_{2y} - mg - F_{1y} = 0$

$N = mg + F_{1y} - F_{2y}$

$N = 1000 + 400 - 600$

$N = 800N$

$$W_{f_{at}} = -\mu N x = -0{,}2 \cdot 800\, x = -160x$$

$$\boxed{W_{f_{at}}(x) = -160x}$$

$W_N = 0$, pois $\vec{N} \perp \vec{v}$.

$$\boxed{W_N = 0}$$

$W_g = 0$, pois $\Delta y = 0$.

$$\boxed{W_g = 0}$$

06

b) $\Delta K = W_{TOTAL} = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{fat} + \cancel{W_N}^{0} + \cancel{W_g}^{0}$

$K - \cancel{K_o}^{0} = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{fat}$

$$\frac{mv^2}{2} = 50v^2 = 400\sqrt{3}\,x + 800x - 160x$$

$$|v| = \sqrt{\left(8\sqrt{3} + \frac{128}{10}\right)x}$$

$$|v| \simeq \sqrt{(13{,}6 + 12{,}8)\,x} \Rightarrow \boxed{|v| \simeq 2\sqrt{\frac{33x}{5}}}$$

c) $v = 10\ m/s$

$$100 \simeq \frac{4 \cdot 33x}{5} \qquad \boxed{x \simeq 3{,}8\ m}$$