Universidade de Pernambuco
Escola Politécnica de Pernambuco
30 de setembro de 2015
Mecânica 2 - 2° Semestre 2015 – 1ª Prova

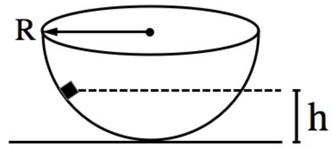
Nome:____

ATENÇÃO:
Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS. Todas as equações estão em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI).
Nos problemas de resolução numérica considere g = 10 m/s^2.
*****Pontuação para soluções parcialmente corretas.**

01. (1,0 pontos) Uma partícula foi arremessada com velocidade de módulo v_0 ao longo do eixo x. A desaceleração cuja partícula está submetida é proporcional ao quadrado da distância da origem e tem seu módulo na forma αx^2, onde α é uma constante. Determine a distância percorrida pela partícula até que ela atinja o repouso.

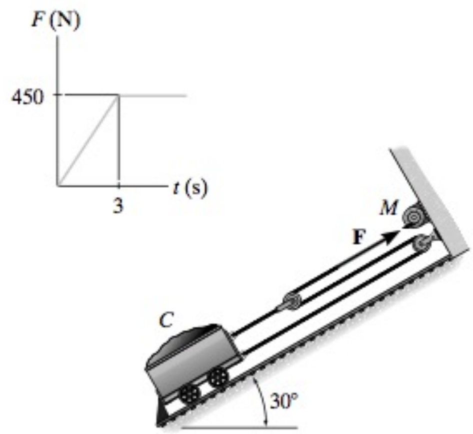
02. (1,0 pontos) Dois objetos, A e B, são arremessados em um movimento parabólico de forma que os ângulos em relação ao eixo horizontal são iguais a $45°$ e $60°$, respectivamente. Sabendo que os objetos atingem a mesma altura máxima vertical quando saem da mesma posição, calcule a razão entre as suas velocidades iniciais v_{0A}/v_{0B}.

03. (2,0 pontos) Uma caixa de massa m pode ser apoiada no interior de uma superfície rugosa e esférica de raio R. O coeficiente de atrito entre a caixa e a superfície é igual a μ. Sabendo que a gravidade local possui módulo g que aponta verticalmente para baixo, determine a altura máxima, h, que permite que a caixa fique em repouso.



04. (2,0 pontos) O movimento tridimensional de uma partícula de massa m, que está sujeita à uma força apenas, é definido pelo conjunto de equações temporais $r(t) = A/(t+1)$, $\theta(t) = Bt$ e $z(t) = Ct/(t+1)$, onde A, B e C são constantes. Determine o trabalho resultante sobre a partícula enquanto ela se move desde $t = 0$ até $t \to \infty$.

05. *(4,0 pontos)** O carro C da figura está sendo puxado por um motor M preso à uma parede fixa. A força com que o motor traciona o fio ligado a ele está mostrada no gráfico. Não há atrito e a velocidade do carro é nula em $t = 0$. Sabendo que a gravidade local possui módulo $g = 10{,}0\, m/s^2$ que aponta verticalmente para baixo e que a massa do carro é igual a $60\ kg$, determine



a) (1,0) o diagrama de corpo isolado das forças que atuam no carro;
b) (1,0) o módulo da aceleração do carro para $t < 3\ s$;
c) (1,0) o módulo da aceleração do carro para $t > 3\ s$;
d) (1,0) a velocidade do carro para $t = 3\ s$.

Mecânica 2 - 2015.2
1ª Prova
Resolução

#01. $\vec{a} = -\alpha x^2 \hat{x}$

$$\vec{a} = \vec{a}(x) \Rightarrow a = v\frac{dv}{dx} \Rightarrow \frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} = \int_{x_0}^{x} a\,dx$$

$$\frac{v^2}{2} = \frac{v_0^2}{2} + \int_{x_0}^{x} a\,dx = \frac{v_0^2}{2} + \int_{x_0}^{x} (-\alpha x^2)\,dx$$

$$v^2 = v_0^2 - 2\alpha \frac{x^3}{3}\Big|_{x_0}^{x}$$, fazendo $x_0 = 0$ sem perda de generalidade e $x = d$:

$$\cancel{v}^{2} = v_0^2 - 2\alpha\frac{d^3}{3} \Rightarrow d^3 = \frac{3v_0^2}{2\alpha} \Rightarrow \boxed{d = \sqrt[3]{\frac{3v_0^2}{2\alpha}}}$$

0

#02. $v_{Ay}^2 = v_{0Ay}^2 - 2g\Delta y_A$

Na altura máxima $v_{Ay} = 0 = v_{By}$, então

$$\Delta y_A = \frac{v_{0Ay}^2}{2g}, \quad \Delta y_B = \frac{v_{0By}^2}{2g}$$

→

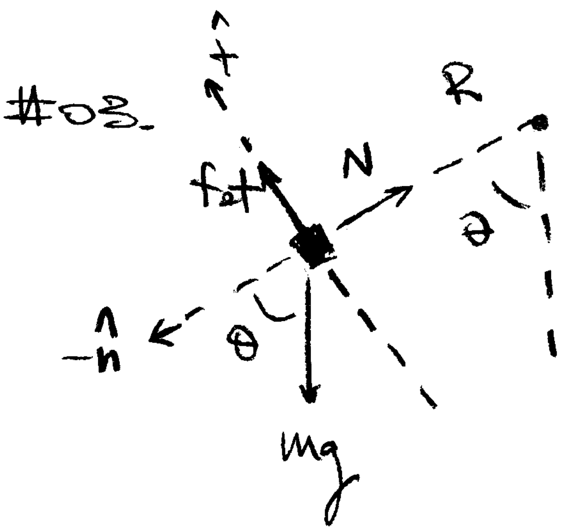
02

E ainda, $\Delta y_A = \Delta y_B$, logo $\frac{v_{0Ay}^2}{\cancel{2g}} = \frac{v_{0By}^2}{\cancel{2g}}$

$$\frac{v_{0Ay}^2}{v_{0By}^2} = 1 \Rightarrow \frac{v_{0A}\,\text{sen}\,\theta_A}{v_{0B}\,\text{sen}\,\theta_B} = 1 \rightarrow \frac{v_{0A}}{v_{0B}} = \frac{\text{sen}\,\theta_B}{\text{sen}\,\theta_A}$$

$$\frac{v_{0A}}{v_{0B}} = \frac{\text{sen}\,60^\circ}{\text{sen}\,45^\circ} = \frac{\sqrt{3}/2}{\sqrt{2}/2} \Rightarrow \boxed{\frac{v_{0A}}{v_{0B}} = \sqrt{\frac{3}{2}}}$$

#03.



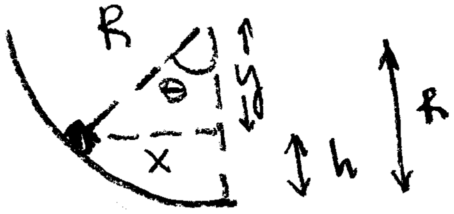
$\hat{n}$: $N - mg\cos\theta = \cancelto{0}{\frac{mv^2}{R}}$

$N = mg\cos\theta$

$\hat{t}$: $f_{at} - mg\,\text{sen}\,\theta = m\cancelto{0}{a_t}$

$\mu N = mg\,\text{sen}\,\theta$

$\therefore \mu \cancel{m}g\cos\theta = \cancel{m}g\,\text{sen}\,\theta \rightarrow \tan\theta = \mu$



$$\tan\theta = \frac{x}{y} = \frac{\sqrt{R^2-y^2}}{y} = \mu$$

$$\frac{R^2-y^2}{y^2} = \pm\mu^2, \text{ mas } \tan\theta > 0$$

$$\Rightarrow \mu > 0 \Rightarrow \frac{R^2}{y^2} = 1 + \mu^2$$

$\longrightarrow$

$$y^2 = \frac{R^2}{1+\mu^2} \Rightarrow y = R\sqrt{\frac{1}{1+\mu^2}}$$

$$\text{Mas } h = R - y \Rightarrow \boxed{h = R\left(1-\sqrt{\frac{1}{1+\mu^2}}\right)}$$

\# 04. $r(t) = A(t+1)^{-1}$, $\theta(t) = Bt$, $z(t) = \frac{Ct}{(t+1)}$

$$W_R = \Delta K = K_\infty - K_0 = \frac{m[v(t\to\infty)]^2}{2} - \frac{m[v(0)]^2}{2}$$

$$\vec{v}(t) = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta} + \dot{z}\hat{z}$$

$$\dot{r} = -A(t+1)^{-2},\ \dot{\theta} = B,\ \dot{z} = \frac{d}{dt}[Ct(t+1)^{-1}]$$

$$\dot{z} = -Ct(t+1)^{-2} + C(t+1)^{-1}$$

$$\dot{r}(0) = -A,\ \dot{\theta}(0) = B,\ \dot{z}(0) = C$$

$$\dot{r}(t\to\infty) = 0,\ \dot{\theta}(t\to\infty) = B,\ \dot{z}(t\to\infty) = 0$$

$$r(0) = A,\ r(t\to\infty) = 0$$

$$[v(0)]^2 = A^2 + A^2B^2 + C^2$$

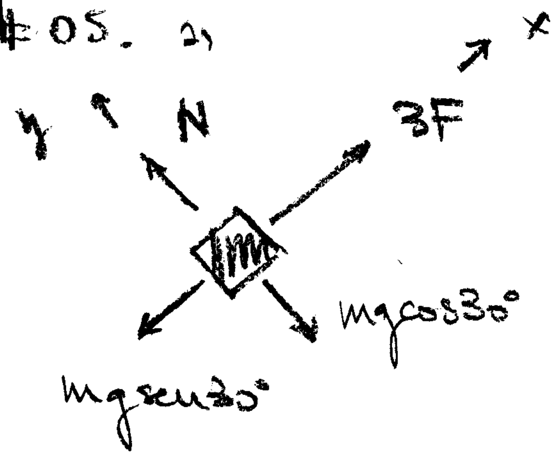
$$[v(t\to\infty)]^2 = 0^2 + 0^2 + 0^2 = 0$$

04

$$W_R = \Delta K = \frac{m}{2}[0 - (A^2 + A^2B^2 + C^2)]$$

$$\boxed{\Delta K = -\frac{m}{2}(A^2 + A^2B^2 + C^2)}$$

#05. a)



$$\hat{x}: 3F - mg\,\text{sen}\,30° = ma_x$$

$$\hat{y}: N - mg\cos 30° = 0$$

b) $t < 3s$: $F = \alpha t + \beta$ $\begin{cases} F = 0,\ t = 0 \Rightarrow \beta = 0 \\ F = 450,\ t = 3 \Rightarrow \alpha = 150 \end{cases}$

$$3F - mg\,\text{sen}\,30° = ma$$

$$a = \frac{3F}{m} - g\,\text{sen}\,30° = \frac{3(15\cancel{0}t)}{6\cancel{0}} - 5 = \frac{15}{2}t - 5$$

$$\boxed{a = \frac{15t}{2} - 5}$$

c) $t > 3s$: $F = 450N$

$$a = \frac{3F}{m} - g\,\text{sen}\,30°$$

$$\frac{\cancel{3}.45\cancel{0}}{\cancel{6}\cancel{0}_{2}} - 5 = a \Rightarrow a = \frac{45}{2} - 5 = \frac{35}{2}$$

$$\boxed{a = 17{,}5 \, m/s^2}$$

d) $a = \frac{dv}{dt} \Longrightarrow v - v_0 = \int a \, dt$, $a(t<3s)$.

$$v = v_0 + \int a\,dt \Rightarrow v(t) = 0 + \int_0^t \left(\frac{15}{2}t - 5\right) dt$$

$$v = \frac{15t^2}{4} - 5t \Rightarrow v(t) = 5t\left(\frac{3t}{4} - 1\right)$$

$$v(3) = 15\left(\frac{9}{4} - 1\right) = \frac{15}{4}(9-4) = \frac{75}{4}$$

$$\boxed{\vec{v}(3) = \frac{75}{4}\hat{x} \, m/s}$$