Universidade de Pernambuco
Escola Politécnica de Pernambuco
20 de abril de 2016
Mecânica 2 - 1° Semestre 2016 – 1ª Prova

Nome:____

ATENÇÃO:
Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS. Todas as equações estão em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI).
Nos problemas de resolução numérica considere g = 10 m/s^2.

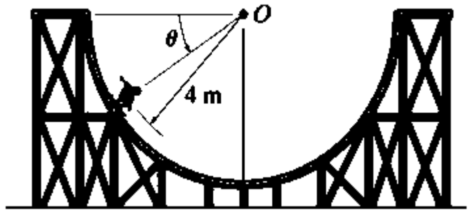
01. (3,0 pontos) Uma partícula se move em um plano com aceleração dada pela relação $\vec{a} = -\omega^2 R sen(\omega t)\hat{y}$, onde R e ω são constantes positivas. Sabendo que em $t = 0$ a partícula está na origem e a sua velocidade vale $\vec{v}_0 = u_0\hat{x} + \omega R\hat{y}$, com u_0 sendo uma constante positiva, determine:

a) (1,0) a velocidade da partícula em função do tempo;

b) (1,0) a distância da partícula até a origem no instante de tempo $t = 3\pi/2\omega$.

c) (1,0) Qual o ângulo entre a direção de movimento e o eixo x para $t = 3\pi/2\omega$?

02. (4,0 pontos) Um jovem atleta de massa m = 60 kg parte do repouso em $\theta = 0$ em uma pista de skate circular de raio $R = 4\ m$, como ilustra a figura. A aceleração da gravidade local vale $10\ m/s^2$ e aponta verticalmente para baixo.



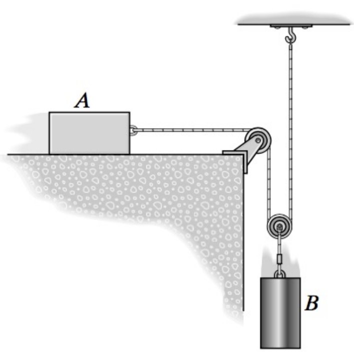
a) (1,0) Esboce as forças que atuam sobre o atleta usando um diagrama de corpo isolado e escreva as equações de movimento do atleta utilizando a Segunda Lei de Newton em coordenadas curvilíneas para um ângulo θ genérico.

b) (1,0) Obtenha uma relação para a aceleração tangencial do *skatista* em função de θ.

c) (1,0) Determine o módulo da velocidade do atleta em $\theta = 60°$.

d) (1,0) Calcule a intensidade da reação normal sobre o atleta em $\theta = 60°$.

03. (3,0 pontos) Um bloco A, de massa $m_A = 1\ kg$, viaja para a direita com uma velocidade de módulo $v_A = 4\ m/s$ em $t = 0$. O bloco A está ligado ao bloco B, de massa $m_B = 1\ kg$, através de um fio ideal. As polias têm massas desprezíveis. Se o coeficiente de atrito cinético entre o bloco A e a superfície vale $\mu = 0{,}75$ e a aceleração da gravidade local vale $g = 10\ m/s^2$ e aponta verticalmente para baixo, calcule:



a) (1,0) a aceleração de cada bloco;

b) (1,0) o módulo da velocidade do bloco A após ele ter se movido horizontalmente de uma distância $d = 2\ m$;

c) (1,0) a distância vertical que o bloco B desce até o sistema atingir o repouso.

Mecânica 2 - 2016.1

1ª Prova

Resolução

#01. $\vec{a} = -\omega^2 R \operatorname{sen}\omega t\,\hat{y}$

$\vec{v}_0 = u_0\hat{x} + \omega R\hat{y}$

$\vec{r}_0 = \vec{0}$

a) $\dfrac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a} \Rightarrow \vec{v} - \vec{v}_0 = \displaystyle\int_0^t \vec{a}\,dt$

$$\vec{v} - \vec{v}_0 = -\omega^2 R \int_0^t \operatorname{sen}\omega t\,dt\;\hat{y}$$

$$\vec{v} - \vec{v}_0 = -\omega^2 R\left(-\cos(\omega t)/\omega\right)\Big|_0^t\,\hat{y}$$

$$= +\omega R(\cos\omega t - 1)\,\hat{y}$$

$$\vec{v} = u_0\hat{x} + \cancel{\omega R\hat{y}} + \omega R\cos\omega t\,\hat{y} - \cancel{\omega R\hat{y}}$$

$$\boxed{\vec{v}(t) = u_0\hat{x} + \omega R\cos\omega t\,\hat{y}}$$

b) $|\vec{r} - \vec{r}_0| = ?$ p/ $t = 3\pi/2\omega$

$\dfrac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \Rightarrow \vec{r} - \vec{r}_0 = \displaystyle\int_0^t \vec{v}\,dt$

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = u_0 t\,\hat{x} + \omega R\hat{y}\int_0^t \cos\omega t\,dt$$

→

02

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = u_0 t\,\hat{x} + \omega R/\omega \;\text{sen}\,\omega t\,\hat{y}$$

$$t = 3\pi/2\omega : \quad \vec{r} - \vec{r}_0 = \frac{u_0 3\pi}{2\omega}\,\hat{x} + R\,\text{sen}\,\frac{3\pi}{2}\,\hat{y}$$

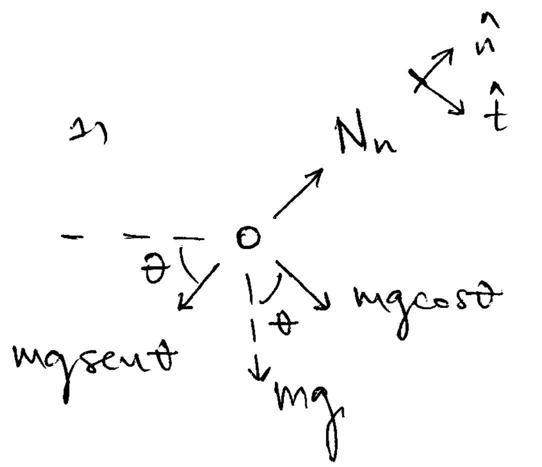
$$d = |\vec{r} - \vec{r}_0| \,,\; t = 3\pi/2\omega$$

$$\boxed{d = \sqrt{\frac{9\pi^2}{4\omega^2}u_0^2 + R^2}}$$

c) $\vec{v}(t = 3\pi/2\omega) = u_0\hat{x} + \omega R \underbrace{\cancel{\cos 3\pi/2}}_{0}\,\hat{y}$

$$\vec{v} = u_0\hat{x} \parallel \hat{x} \Rightarrow \boxed{\phi = 0^\circ}$$

#02. 1)



$\hat{n}$: $N - mg\,\text{sen}\,\theta = m a_n$

$\hat{t}$: $mg\cos\theta = m a_t$

b) $\boxed{a_t = g\cos\theta = 10\cos\theta}$ (m/s^2)

c) $a_t = v\dfrac{dv}{ds}$, $s = R\theta$, $R = 4m$

→

$$v\frac{dv}{ds} = g\cos\theta \quad , \quad \frac{ds}{d\theta} = R \Rightarrow ds = R\,d\theta$$

$$\int_{v_0}^{v} v\,dv = \int_{\theta_0}^{\theta} gR\cos\theta\,d\theta$$

$$\frac{v^2}{2} = gR\,\text{sen}\theta\Big|_{\theta_0=0}^{\theta} = gR\,\text{sen}\theta$$

$$v = \sqrt{2gR\,\text{sen}\theta}$$

$$v = \sqrt{2\cancel{6}^{10}.4.\sqrt{3}/\cancel{2}} = \boxed{2\sqrt{10\sqrt{3}}\ m/s}$$

d) $N - mg\,\text{sen}\theta = mv^2/R$

$$N = m\left(g\,\text{sen}\theta + \frac{v^2}{R}\right)$$

$$N = m\left(g\,\text{sen}\theta + \frac{2g\cancel{R}\,\text{sen}\theta}{\cancel{R}}\right)$$

$$N = mg\,\text{sen}\theta\,(1+2)$$

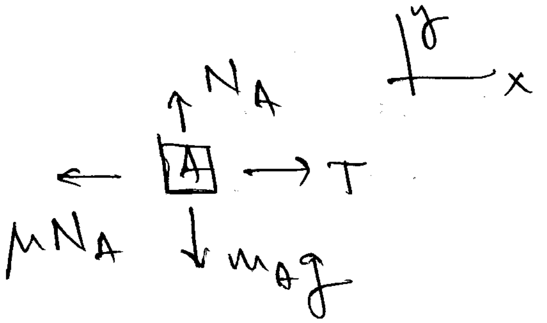
$$N = 3mg\,\text{sen}\theta$$

$$N = 3.60.\cancel{10}^{5}.\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}$$

$$\boxed{N = 900\sqrt{3}\ N}$$

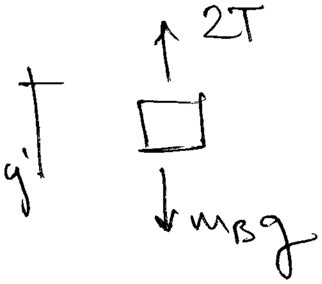
04.

#03.



$\hat{x}: T - \mu N_A = m_A a_{Ax}$

$\hat{y}: N_A - m_A g = 0$



$\hat{y}': m_B g - 2T = m_B a_{By'}$

Mas $\Delta x_A = 2\Delta y'_B \Rightarrow a_{Ax'} = 2a_{By'}$

$a_{Ax'} = a, \; a_{By'} = a/2$

$$\begin{cases} T - \mu m_A g = m_A a & \times 2 \\ m_B g - 2T = m_B a/2 & \downarrow \oplus \end{cases}$$

$\cancel{m_B} g - 2\mu \cancel{m_A} g = 2\cancel{m_A} a + \cancel{m_B} a/2, \; m_B = m_A = m.$

$g(1-2\mu) = \frac{5}{2}a \Rightarrow a_A = \frac{2}{5} g(1-2\mu)$

$a_A = \frac{2 \cdot \cancel{10}^{4}}{\cancel{5}}(1-1,5) \Rightarrow \boxed{\vec{a}_A = -2 m/s^2 \hat{x}}$

$\boxed{\vec{a}_B = -1 m/s^2 \hat{y}'}$

b) $v_A^2 = v_{0A}^2 + 2a_A \Delta x_A$, $a_A = cte \Rightarrow$ A EXECUTA MUV.

$$v_A^2 = 16 + 2.(-2).2$$

$$v_A^2 = 8 \Rightarrow \boxed{v_A = 2\sqrt{2}\ m/s}$$

c) $v_B^2 = v_{0B}^2 + 2a_B \Delta y'_B$, $a_B = cte \Rightarrow$ B EXECUTA MUV

$$v_{0B} = v_{0A}/2$$

$$v_B^2 = 0 = \frac{v_{0A}^2}{4} + 2a_B \Delta y'_B$$

$$0 = 4 + 2.(-1)\Delta y'_B$$

$$\boxed{\Delta y'_B = 2m}$$