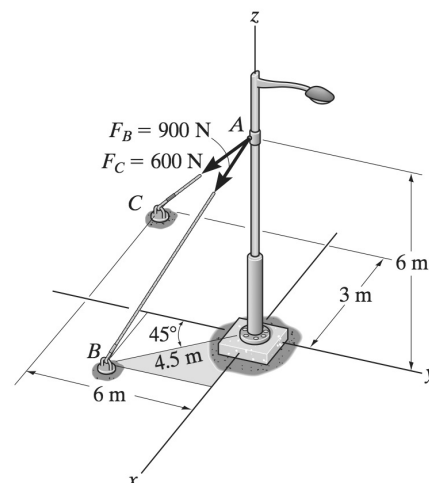


Nome: _____

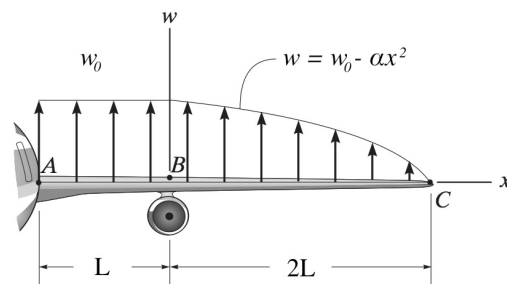
ATENÇÃO: Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS.

01. (3,0 pontos) Um poste de iluminação está submetido a ação de duas forças transmitidas ao longo de dois cabos que ligam os pontos A e B e os pontos A e C, conforme mostra a figura.



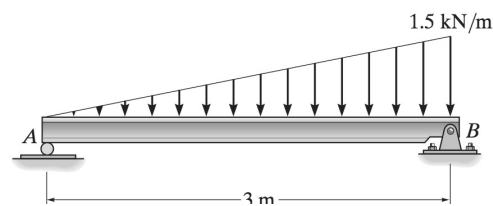
- (1,0) Obtenha os vetores unitários ao longo das direções $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$.
- (1,0) Escreva as forças $\vec{F}_{AB}$ e $\vec{F}_{AC}$ em notação vetorial.
- (0,5) Calcule a força resultante que atua no ponto A.
- (0,5) Obtenha o momento resultante em relação ao ponto O, de coordenadas (0, 0, 0).

02. (2,0 pontos) Na figura ao lado temos um esquema da força de sustentação ao longo da asa de um avião. Ela consiste em uma distribuição uniforme w_0 ao longo do trecho AB e uma distribuição parabólica ao longo de BC na forma $w(x) = w_0 - \alpha x^2$, onde α é uma constante positiva.



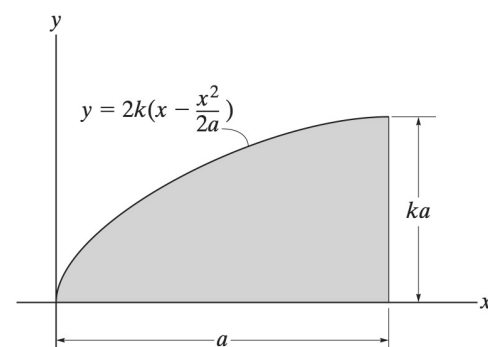
- (0,5) Calcule a força resultante equivalente sobre a asa.
- (1,0) Determine a localização da força resultante equivalente em relação ao ponto A.
- (0,5) Obtenha o módulo do momento da força resultante equivalente em relação ao ponto A.

03. (2,0 pontos) Uma viga de comprimento $L = 3,0 \text{ m}$ possui uma distribuição de carga linear na forma $w(x) = (w_0/L)x$, com x medido em metros a partir da extremidade A da barra. Veja a figura. Sabendo que a barra está em equilíbrio e $w_0 = 1,5 \text{ kN/m}$, responda os itens a seguir esboçando os diagramas de força.



- (1,0) Escreva as equações de equilíbrio translacional e rotacional da barra e obtenha os módulos das reações normais nos suportes A e B.
- (1,0) Determine as equações do esforço cortante $V(x)$ e do momento fletor $M(x)$ para a barra.

04. (3,0 pontos) Considere a área sombreada mostrada no gráfico.



- (0,5) Determine o valor da área sombreada.
- (1,0) Obtenha a coordenada $\bar{x}$ do centróide desta área, ou seja, $\bar{x}$.
- (1,0) Obtenha a coordenada $\bar{y}$ do centróide desta área, ou seja, $\bar{y}$.
- (0,5) Calcule o volume do sólido gerado pela revolução completa da área em torno do eixo x usando o teorema de Pappus-Guldinus.

Mecânica 1 - Segunda Chamada

2013 1 - Gabarito

01. $\hat{n}_{AB} = \frac{\vec{r}_B - \vec{r}_A}{|\vec{r}_B - \vec{r}_A|}$

$$\hat{n}_{AB} = \frac{(x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A)}{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}}$$

A(0, 0, 6) m, C(-3, -6, 0)

$x_B = \frac{9}{2} \cos 45^\circ = \frac{9\sqrt{2}}{4} = -y_B, z_B = 0$

B($9\sqrt{2}/4$, $-9\sqrt{2}/4$, 0)

$$\hat{n}_{AB} = \frac{(9\sqrt{2}/4 - 0, -9\sqrt{2}/4 - 0, -6)}{\sqrt{81/8 + 81/8 + 36}}$$

$$\hat{n}_{AB} = \frac{(9\sqrt{2}/4, -9\sqrt{2}/4, -6)}{\sqrt{81/4 + 36}} = \frac{(9\sqrt{2}/4, -9\sqrt{2}/4, -6)}{\frac{1}{2} \sqrt{225}}$$

$$\hat{n}_{AB} = \frac{(9\sqrt{2}/2, -9\sqrt{2}/2, -12)}{15}$$

$$\hat{n}_{AB} = \frac{3\sqrt{2}}{10}, -\frac{3\sqrt{2}}{10}, -\frac{4}{5}$$

$$\hat{n}_{AB} = \frac{1}{5} (+3\sqrt{2}/2, -3\sqrt{2}/2, -4) \text{ m}$$

$$\hat{n}_{AC} = \frac{(-3, -6, -6)}{\sqrt{9+36+36}} \Rightarrow \hat{n}_{AC} = \frac{-3(1, 2, 2)}{\sqrt{81}}$$

$$\hat{n}_{AC} = -\frac{3}{9}(1, 2, 2) \Rightarrow \hat{n}_{AC} = -\frac{1}{3}(1, 2, 2) \text{ m}$$

$$b) \vec{F}_{AB} = F_{AB} \hat{n}_{AB}, F_{AB} = 900 \text{ N}$$

$$\vec{F}_{AB} = 180(3\sqrt{2}/2, -3\sqrt{2}/2, -4) \text{ N}$$

$$\vec{F}_{AB} = (270\sqrt{2}, -270\sqrt{2}, -720) \text{ N}$$

$$\vec{F}_{AC} = F_{AC} \hat{n}_{AC}, F_{AC} = 600 \text{ N}$$

$$\vec{F}_{AC} = -200(1, 2, 2) \text{ N}$$



$$\vec{F}_{AC} = (-200, -400, -400) \text{ N}$$

$$c) \vec{F}_{KA} = \vec{F}_{AB} + \vec{F}_{BC}$$

$$\vec{F}_{KA} = (270\sqrt{2} - 200, -270\sqrt{2} - 400, -1120) \text{ N}$$

$$\vec{F}_{KA} \simeq (178, -578, -1120) \text{ N}$$

$$d) \vec{M}_{RO} = \vec{r}_{OA} \times \vec{F}_{KA}$$

$$\vec{r}_{OA} = (0, 0, 6)$$

$$\vec{M}_{RO} \simeq \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & 0 & 6 \\ 178 & -578 & -1120 \end{vmatrix}$$

$$\vec{M}_{RO} \simeq \hat{x}(6 \cdot 578) + \hat{y}(6 \cdot 178)$$

$$\vec{M}_{RO} \simeq (3468 \hat{x} + 1068 \hat{y}) \text{ Nm}$$

#02. a) $\vec{F}_R = \vec{F}_{RAB} + \vec{F}_{RBC}$



$$\vec{F}_{RAB} = W_0 L (+\hat{y})$$

$$\vec{F}_{RBC} = \hat{y} \int_L^{3L} W(x) dx = \hat{y} \int_L^{3L} (W_0 - \alpha x^2) dx$$

$$= \hat{y} \left(W_0 x - \frac{\alpha}{3} x^3 \right) \Big|_L^{3L}$$

$$= \hat{y} \left[W_0 3L - \frac{\alpha}{3} (3L)^3 - W_0 L + \frac{\alpha}{3} L^3 \right]$$

$$= \hat{y} \left[2W_0 L - \frac{\alpha}{3} (27L^3 - L^3) \right]$$

$$= \hat{y} \left(2W_0 L - \frac{26\alpha}{3} L^3 \right)$$

$$\vec{F}_R = \left(W_0 L + 2W_0 L - \frac{26\alpha}{3} L^3 \right) \hat{y}$$

$$\boxed{\vec{F}_R = \left(3W_0 L - \frac{26\alpha}{3} L^3 \right) \hat{y}}$$

$$b) \quad \bar{x} = \frac{\int_0^{3L} x w(x) dx}{|F_R|}$$

$$= \frac{\int_0^L w_0 x dx + \int_L^{3L} x (w_0 - \alpha x^2) dx}{3w_0 L - \frac{2\alpha}{3} L^3}$$

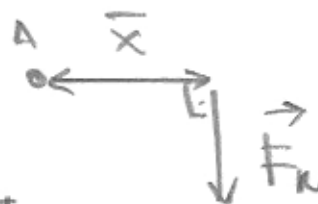
$$= \frac{w_0 L^2/2 + w_0 x^2/2 \Big|_L^{3L} - \alpha x^4/4 \Big|_L^{3L}}{3w_0 L - \frac{2\alpha}{3} L^3}$$

$$= \frac{\cancel{w_0 L^2/2} + w_0 \cdot 27L^2/2 - \cancel{w_0 L^2/2} - \alpha 81L^4/4 + \alpha L^4/4}{3w_0 L - \frac{2\alpha}{3} L^3}$$

$$= \frac{27w_0 L^2/2 - 20\alpha L^4}{3w_0 L - \frac{2\alpha}{3} L^3}$$

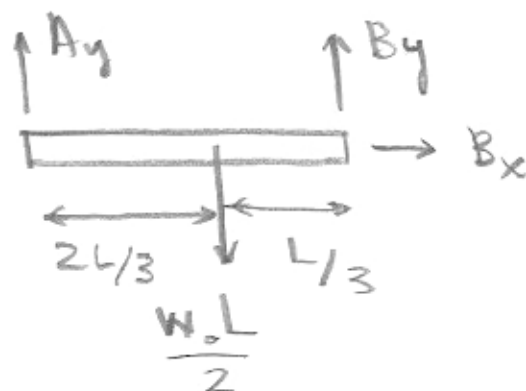
$$\boxed{\bar{x} = \left(\frac{27w_0/2 - 20\alpha L^2}{3w_0 - \frac{2\alpha}{3} L^2} \right) L}$$

$$c) |\bar{x} F_R| = |M_{RA}|$$



$$|M_{RA}| = \left| \frac{27}{2} w_0 L^2 - 20 \alpha L^4 \right|$$

#03. 1)



$$\sum F_{Rx} = 0 \Rightarrow B_x = 0$$

$$\sum F_{Ry} = 0 \Rightarrow A_y + B_y - \frac{w_0 L}{2} = 0$$

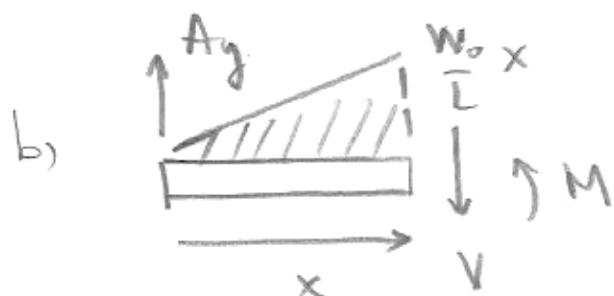
$$M_{RB} = 0 \Rightarrow A_y L - \frac{w_0 L}{2} \cdot \frac{L}{3} = 0$$

$$A_y = \frac{w_0 L}{6} \Rightarrow$$

$$A_y = 0,75 \text{ kN}$$

$$B_y = \frac{w_0 L}{2} - A_y \Rightarrow$$

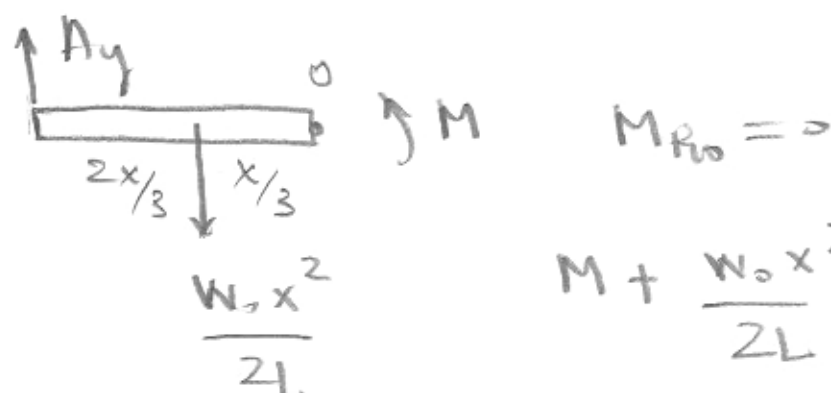
$$B_y = 1,50 \text{ kN}$$



$$A_y - V - \left(\frac{w_0 x}{L} \right) \frac{x}{2} = 0$$

$$V = A_y - \frac{w_0 x^2}{2L}$$

$$V(x) = 0,75 - 0,25x^2$$



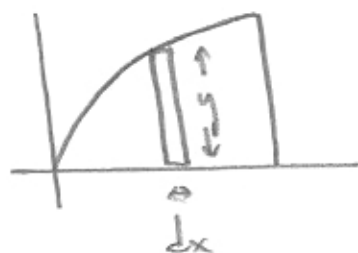
$$M + \frac{w_0 x^2}{2L} \cdot \frac{1}{3}x - A_y x = 0$$

$$M = A_y x - \frac{w_0 x^3}{6L}$$

$$M(x) = 0,75x - 0,0833x^3$$

#04. 2) $A = \int dA$

$$A = \int_0^a y dx$$



08

$$A = \int_0^a 2k \left(x - \frac{x^2}{2a} \right) dx = 2k \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6a} \right) \Big|_0^a$$

$$A = 2k \left(\frac{a^2}{2} - \frac{a^3}{6a} \right) = k \left(a^2 - \frac{a^2}{3} \right)$$

$$\boxed{A = \frac{2}{3} k a^2}$$

$$b) \quad \bar{x} = \frac{\int \tilde{x} dA}{\int dA} = \frac{\int \tilde{x} dA}{A}$$

$$\int \tilde{x} dA = \int_0^a x y dx = \int_0^a 2k \left(x^2 - \frac{x^3}{2a} \right) dx$$

$$= 2k \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{8a} \right) \Big|_0^a = 2k \left(\frac{a^3}{3} - \frac{a^3}{8} \right)$$

$$= \left(\frac{8-3}{24} \right) 2ka^3 = \frac{5}{12} k a^3$$

$$\bar{x} = \frac{5ka^3/12}{2ka^2/3} = a \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{24} a$$

$$\boxed{\bar{x} = \frac{5a}{8}}$$

$$c) \quad \bar{y} = \frac{\int \tilde{y} dA}{\int dA} = \frac{\int \tilde{y} dA}{A}, \quad \tilde{y} \uparrow \boxed{\cdot} \downarrow y, \quad \tilde{y} = y/2$$

$$\int \tilde{y} dA = \int \frac{y}{2} y dx = \int \frac{y^2}{2} dx$$

$$= \frac{4k^2}{2} \int_0^a \left(x - \frac{x^2}{2a} \right)^2 dx$$

$$= 2k^2 \int_0^a \left(x^2 - \frac{x^3}{a} + \frac{x^4}{4a^2} \right) dx$$

$$= 2k^2 \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4a} + \frac{x^5}{20a^2} \right) \Big|_0^a$$

$$= 2k^2 a^3 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{20} \right) = 2k^2 a^3 \left(\frac{20-15-3}{60} \right)$$

$$= \frac{k^2 a^3}{15} \Rightarrow \bar{y} = \frac{k^2 a^3 / 15}{2k^2 a^2 / 3} = a \cancel{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{\cancel{15}5}$$

$$\boxed{\bar{y} = \frac{a}{10}}$$

10

$$d) \quad V = 2\pi \bar{r} A, \quad \bar{r} = \bar{y} = a/10$$

$$V = 2\pi \frac{a}{10} \cdot \frac{2}{3} k a^2$$

$$V = \frac{2\pi}{15} k a^3$$