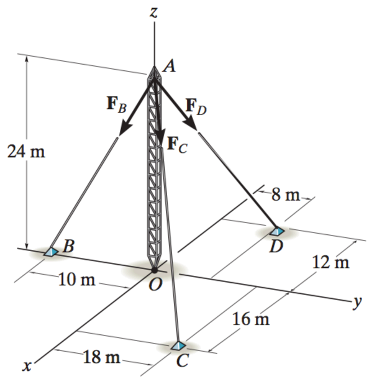
Universidade de Pernambuco
Escola Politécnica de Pernambuco
03 de julho de 2014
Mecânica 1 - 2° Semestre 2014 – 2ª Chamada

Nome:____

ATENÇÃO: Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS.

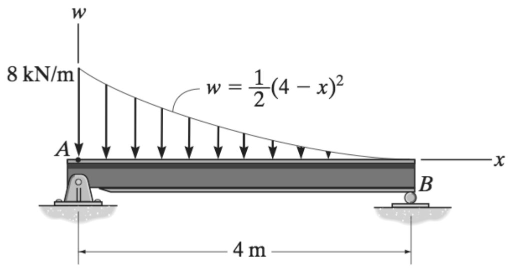


01. (3,0 pontos) Uma haste está submetida à ação de três forças transmitidas ao longo de três cabos AB, AC e AD, conforme mostra a figura. As forças possuem módulos iguais a $F_B = 520\ N$, $F_B = 680\ N$ e $F_D = 560\ N$.

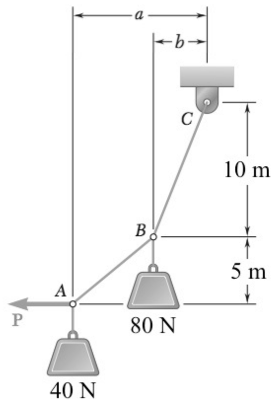
a) (1,0) Obtenha os vetores unitários ao longo das direções $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{AD}$.
b) (1,0) Escreva as forças $\vec{F}_B$, $\vec{F}_C$ e $\vec{F}_D$ em notação vetorial.
c) (0,5) Calcule a força resultante que atua no ponto A.
d) (0,5) Obtenha o momento resultante em relação ponto O.

Dados: $25^2 = 625$, $26^2 = \ 676$, $28^2 = 784$, $34^2 = 1156$.

02. (2,0 pontos) Uma carga distribuída $w(x) = 0{,}5(4 - x)^2\ N/m$ atua sobre uma barra de comprimento igual a $4\ m$, onde x é medido em metros. Observe a figura.



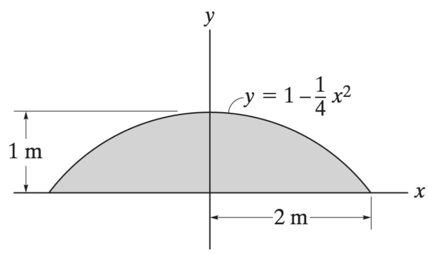
a) (0,5) Determine o valor máximo que $w(x)$ pode assumir e onde ele ocorre na barra.
b) (0,5) Calcule o módulo da força resultante equivalente sobre a barra.
c) (1,0) Determine a localização da força resultante equivalente em relação ao ponto A.



03. (2,0 pontos) 01. (3,0 pontos) O cabo ABC está em equilíbrio e suporta os dois pesos mostrados na figura. Sabendo que a força P é horizontal e tem módulo $60\ N$, determine:

a) (1,0) a força de reação no apoio C;
b) (1,0) o valor da distância b;
c) (1,0) o valor da distância a.

04. (3,0 pontos) Considere a área sombreada mostrada no gráfico.



a) (0,5) Determine o valor da área sombreada.
b) (1,0) Obtenha a coordenada x do centróide desta área, ou seja, $\bar{x}$.
c) (1,0) Obtenha a coordenada y do centróide desta área, ou seja, $\bar{y}$.
d) (0,5) Calcule o volume do sólido gerado pela revolução completa da área em torno do eixo x usando o teorema de Pappus-Guldinus.

Mecânica 1 – Turma GG

2ª Prova 2014.1

Resolução

#01. a) $\vec{r}_B - \vec{r}_A = (0, -10, -24)\,m = \vec{n}_{AB}$

$$n_{AB}^2 = 100 + 576 = 676$$

$$\boxed{\hat{n}_{AB} = \frac{1}{26}(0, -10, -24)}$$

$$\vec{r}_C - \vec{r}_A = (18, 16, -24)\,m = \vec{n}_{AC}$$

$$n_{AC}^2 = 324 + 256 + 576 = 1156$$

$$\hat{n}_{AC} = \frac{1}{34}(18, 16, -24) = \frac{1}{17}(9, 8, -12)$$

$$\boxed{\hat{n}_{AC} = \frac{1}{17}(9, 8, -12)}$$

$$\vec{r}_D - \vec{r}_A = (-12, 8, -24)\,m$$

$$n_{AD}^2 = 144 + 64 + 576 = 784$$

$$\hat{n}_{AD} = \frac{1}{28}(-12, 8, -24)$$

02

$$\boxed{\hat{n}_{AD} = \frac{1}{14}(-6, 4, -12)}$$

b) $\vec{F}_B = F_B\, \hat{n}_{AB} = \frac{520}{26}(0, -10, -24)$

$$\boxed{\vec{F}_B = (0, -200, -480)\ N}$$

$\vec{F}_C = F_C\, \hat{n}_{AC} = \frac{680}{17}(9, 8, -12)$

$$\boxed{\vec{F}_C = (360, 320, -480)\ N}$$

$\vec{F}_D = F_D\, \hat{n}_{AD} = \frac{560}{28}(-12, 8, -24)$

$$\boxed{\vec{F}_D = (-240, 160, -480)\ N}$$

c) $\vec{F}_{R_A} = \vec{F}_B + \vec{F}_C + \vec{F}_D$

$\vec{F}_{R_A} = (360-240, -200+320+160, -1440)\ N$

$$\boxed{\vec{F}_{RA} = (120, 280, -1440)\,N}$$

1) $\vec{M}_{R_O} = \vec{r}_{OA} \times \vec{F}_{RA}$, $\vec{r}_{OA} = \vec{r}_A - (0,0,0)$

$$= \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & 0 & 24 \\ 120 & 280 & -1440 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{x}(-6720) + \hat{y}(2880) + 0\hat{z}$$

$$\boxed{\vec{M}_{R_O} = (-6720, 2880, 0)\,Nm}$$

#02. $W(x) = \frac{1}{2}(4-x)^2$

a) Pelo gráfico de $W(x)$ $\Rightarrow$ $\boxed{\begin{matrix} W_{máx} = 8\,kN/m \\ x = 0 \end{matrix}}$

04

b) $F_R = \int w(x)\,dx$

$$F_R = \int \frac{1}{2}(4-x)^2\,dx$$

$$F_R = \frac{1}{2}\int_0^4 (16 - 8x + x^2)\,dx$$

$$F_R = \frac{1}{2}\left(16x - 4x^2 + x^3/3\right)\Big|_0^4$$

$$F_R = \frac{1}{2}\left(64 - 64 + \frac{64}{3}\right) \Rightarrow \boxed{F_R = \frac{32}{3}\,kN}$$

c) $\bar{X} = \dfrac{\int x\,w(x)\,dx}{F_R}$

$$\int x(16 - 8x + x^2)\,dx = \int_0^4 (16x - 8x^2 + x^3)\,dx$$

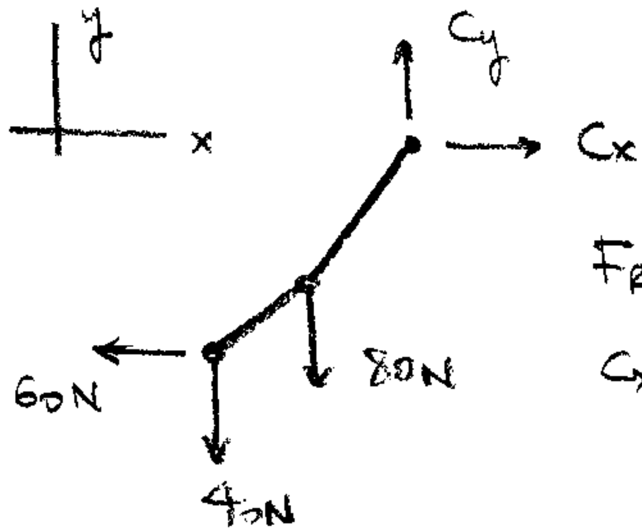
$$= \left(8x^2 - \frac{8}{3}x^3 + \frac{x^4}{4}\right)\Big|_0^4 = 128 - \frac{512}{3} + 64$$

$$\int x\, w(x)\, dx = \frac{384 - 512 + 192}{3} = \frac{64}{3}$$

$$\bar{x} = \frac{64/3}{32/3} = 2\,m \Rightarrow \boxed{\bar{x} = 2\,m}$$

\# 03.

a)



$$F_{Rx} = 0$$

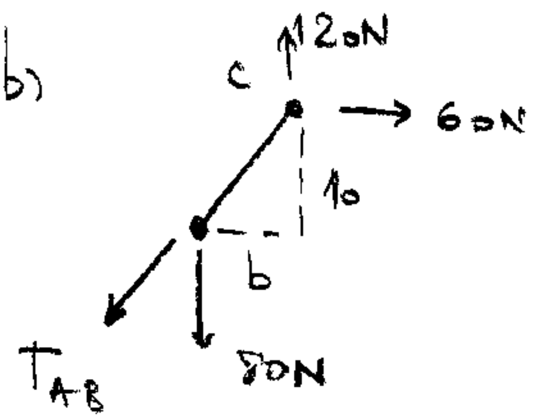
$$C_x - 60 = 0$$

$$C_x = 60N$$

$$F_{Ry} = 0 \Rightarrow C_y - 40 - 80 = 0 \Rightarrow C_y = 120N$$

$$\boxed{\vec{N}_c = (60\,\hat{x} + 120\,\hat{y})\,N}$$

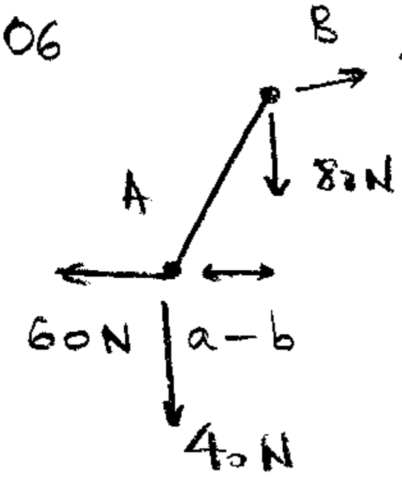
b)



$$M_{RB} = 0 \Rightarrow 120b - 10.60 = 0$$

$$\boxed{b = 5\,m}$$

06



$M_{AB} = 0$

$(a-b)40 - 5.60 = 0$

$a - b = \frac{30}{4}$

$$\boxed{a = 12{,}5\ m}$$

\# 04. a) $A = \int dA$, $dA = y\,dx$

$$A = \int_{-2}^{2} \left(1 - \frac{x^2}{4}\right) dx = x - \frac{x^3}{12} \Big|_{-2}^{2}$$

$$A = 2 - \frac{8}{12} + 2 + \frac{8}{12} = 4m^2$$

$$\boxed{A = 4m^2}$$

b) Por simetria, $\bar{x} = 0$.

c) $\bar{y} = \frac{\int \tilde{y}\,dA}{A}$, $\tilde{y} = \frac{y}{2}$

→

$$\int \frac{y^2}{2} dx = \frac{1}{2} \int_{-2}^{2} \left(1 - \frac{x^2}{4}\right)^2 dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_{-2}^{2} \left(1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{16}\right) dx$$

$$= \frac{1}{2} \left(x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{80} \right) \Big|_{-2}^{2}$$

$$= \frac{1}{2} \left(2 - \cancel{\frac{8}{6}} + \cancel{\frac{32}{80}} + 2 + \cancel{\frac{8}{6}} - \cancel{\frac{32}{80}} \right) = 2$$

$$\bar{y} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow \boxed{\bar{y} = 1{,}0\,m}$$

d) $V = 2\pi \bar{r} A = 2\pi \bar{y} A$

$$V = 2\pi \cdot 1 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{V = 4\pi\, m^3}$$

$$\pi \simeq 3 \Rightarrow \boxed{V \simeq 12 m^3}$$