Universidade de Pernambuco
Escola Politécnica de Pernambuco
Mecânica 2 – 1° Semestre 2014 – 2ª Chamada
Turma FG

Nome:____

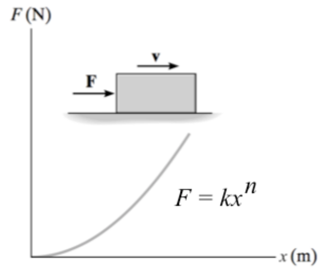
ATENÇÃO:
Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS. Todas as equações estão em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI).
Nos problemas de resolução numérica considere g = 10 m/s^2.

01. (3,0 pontos) Uma partícula se move ao longo de uma espiral de equação $r = 8\theta\ m$, onde θ está em radianos. Se $\dot{\theta} = 4\ rad/s$ e constante, determine para o instante em que $\theta = \pi/2$:

a) (1,5) a velocidade da partícula;
b) (1,5) a aceleração da partícula.

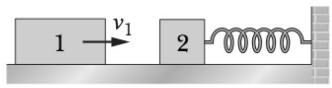
Dados: $\vec{a} = a_r\hat{r} + a_\theta\hat{\theta} + a_z\hat{z},\ a_r = \ddot{r} - r\left(\dot{\theta}\right)^2,\ a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta},\ a_z = \ddot{z}$.

02. (3,0 pontos) A força horizontal $\vec{F}$, que age sobre um bloco de massa m, tem sua intensidade variada conforme a equação $F = kx^n$, onde k é uma constante positiva e n é inteiro e diferente de -1. O sistema está sob ação da aceleração da gravidade local que vale g e aponta verticalmente para baixo. Sabendo que o bloco possui velocidade $v_0 \neq 0$ em $x_0 = 0$ e que o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície horizontal é igual a μ, responda os itens a seguir.



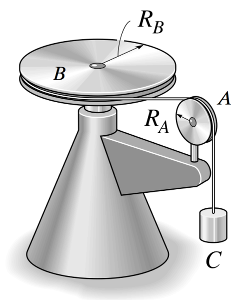
a) (1,0) Esboce as forças que atuam sobre o bloco a partir de um diagrama de corpo isolado e escreva as equações de movimento do bloco utilizando a Segunda Lei de Newton.
b) (1,0) Escreva uma relação para a aceleração do bloco em função de x.
c) (1,0) Determine a velocidade e a energia cinética do bloco em função de x.

03. (2,0 pontos) Os blocos 1 e 2 possuem massas iguais a $m_1 = 3m$ e $m_2 = m$, respectivamente. O bloco 2, está inicialmente em repouso e em contato com uma mola não deformada de constante elástica k. O bloco 1 se move para a direita sob uma superfície sem atrito com uma velocidade de módulo v_1 antes de colidir com o bloco 2. O coeficiente de restituição da colisão é igual a e. Determine:



a) (1,0) a velocidade dos blocos 1 e 2 imediatamente após a colisão;
b) (1,0) a deformação máxima sofrida pela mola após a colisão.

04. (2,0 pontos) A montagem da figura consiste em duas polias, uma de raio $R_A = R$ e massa $m_A = m$ e outra de raio $R_B = R_A/2$ e massa $m_B = 4m_A$. Um bloco C de massa $m_C = m$ está preso a um fio ideal que não desliza nas polias. Não há atrito e o bloco C é abandonado do repouso. No momento em o bloco C tiver descido uma altura h, determine:



a) (1,0) a velocidade do bloco;
b) (1,0) o módulo do momento angular das polias A e B;

Dado: momento de inércia de uma polia de massa m e raio R em torno do eixo que passa pelo seu centro $I = (mR^2)/2$.

Mecânica 2 - Turma FG

2ª Chamada 2014.1

Resolução

#01. $r = 8\theta$

$\dot{\theta} = 4$ rad/s $=$ cte

a) $\theta = \pi/2$: $\vec{v} = \dot{r}\,\hat{r} + r\dot{\theta}\,\hat{\theta}$

$\vec{v} = 8\dot{\theta}\,\hat{r} + 8\theta\dot{\theta}\,\hat{\theta}$

$$\boxed{\vec{v}(\theta=\pi/2) = 32(\hat{r} + \pi/2\,\hat{\theta})} \text{ m/s}$$

b) $\vec{a} = a_r\,\hat{r} + a_\theta\,\hat{\theta}$

$a_r = \ddot{r} - r(\dot{\theta})^2 = \cancel{8\ddot{\theta}} - 8\theta(\dot{\theta})^2$

0, $\dot{\theta}$ = cte

$a_r = -8\theta\dot{\theta}^2 \longrightarrow -4\pi \cdot 16$, $\theta = \pi/4$.

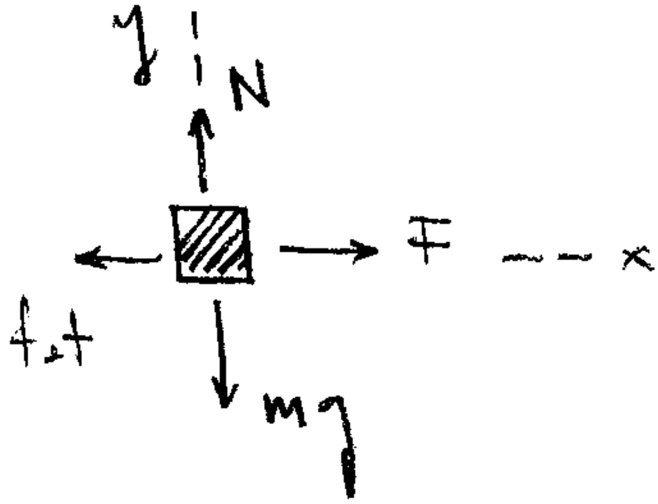
$a_\theta = \cancel{r\ddot{\theta}} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 2 \cdot 8\dot{\theta} \cdot \dot{\theta} = 16\dot{\theta}^2$

0

$$\boxed{\vec{a}(\theta=\pi/2) = 64(4\hat{\theta} - \pi\hat{r}) \text{ m/s}^2}$$

#02.

a)



$$\begin{cases} F - f_{at} = ma \\ N - mg = 0 \end{cases} \qquad \boxed{\begin{cases} F - \mu N = ma \\ N = mg \end{cases}}$$

b) $F - \mu N = ma \Rightarrow F - \mu mg = ma$

$$\boxed{a = \frac{kx^n}{m} - \mu g}$$

c) $a = v\frac{dv}{dx} \Rightarrow \int v\,dv = \int a\,dx$

$$v^2 - v_0^2 = \int_{x_0}^{x} \left(\frac{kx^n}{m} - \mu g\right) dx$$

$$v^2 = v_0^2 + \frac{kx^{n+1}}{m} \cdot \frac{1}{n+1} - \mu g x$$

→

$$\boxed{v = \sqrt{v_0^2 + \frac{k x^{n+1}}{m(n+1)} - \mu g x}}$$

$$K = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow \boxed{K(x) = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{k x^{n+1}}{2(n+1)} - \frac{\mu m g x}{2}}$$

#03. 1) $m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

$$3\cancel{m} v_1 = 3\cancel{m} v_1' + \cancel{m} v_2'$$

$$3 v_1 = 3 v_1' + v_2' \quad (\mathrm{I})$$

$$e = \frac{v_2' - v_1'}{v_1} \Rightarrow e v_1 = v_2' - v_1' \quad (\mathrm{II})$$

(I) − (II): $3 v_1 - e v_1 = 3 v_1' + v_1'$

$$v_1 (3 - e) = (3 + 1) v_1'$$

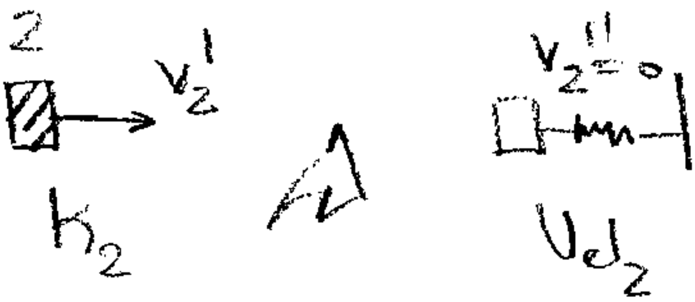
$$\boxed{v_1' = v_1 \frac{(3-e)}{4}}$$

04

(I) + 3(II) : $3v_1 + 3ev_1 = \cancel{3v_1'} + 4v_2' - \cancel{3v_1'}$

$$\boxed{v_2' = \frac{3v_1(e+1)}{4}}$$

b)

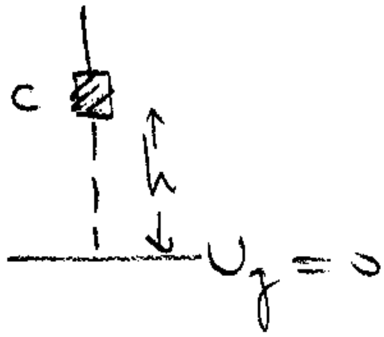


$$\frac{m_2 v_2'^2}{\cancel{2}} = \frac{k}{\cancel{2}}(\Delta x)^2 \Rightarrow \Delta x = \sqrt{\frac{m_2}{k}}\, v_2'$$

$$\boxed{\Delta x = \sqrt{\frac{m'}{k}}\, \frac{3v_1(e+1)}{4}}$$

#04. a) $\Delta K + \Delta U = 0$

$$K_f + \underbrace{\cancel{U_{g_f}}}_{0} = \underbrace{\cancel{K_i}}_{0} + U_{g_i}$$



$K_f = m_c g h \Rightarrow K_A + K_B + K_C = m_c g h$

→

$$\frac{I_A w_A^2}{2} + \frac{I_B w_B^2}{2} + \frac{m_C v_C^2}{2} = m_C g h$$

$$\frac{m_A R_A^2}{2} \cdot \frac{w_A^2}{2} + \frac{m_B R_B^2}{2} \cdot \frac{w_B^2}{2} + \frac{m_C v_C^2}{2} = m_C g h$$

Como o fio não desliza, $v_C = v_A = v_B$

$$v_A = w_A R_A$$
$$v_B = w_B R_B$$

$$\therefore \quad \frac{m_A}{4} v_A^2 + \frac{m_B v_B^2}{4} + \frac{m_C v_C^2}{2} = m_C g h$$

$$\frac{m v_C^2}{4} + \frac{4 m v_C^2}{4} + \frac{m v_C^2}{2} = m g h$$

$$v_C^2 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 1 \right) = g h$$

$$\boxed{v_C = 2\sqrt{\frac{gh}{7}}}$$

06

b) $H_A = I_A \omega_A = I_A \dfrac{v_A}{R_A}$, $v_A = v_C$ (item anterior)

$$H_A = \frac{m_A R_A^2}{2}\frac{v_A}{R_A} = \frac{m_A R_A v_A}{2}$$

$$H_A = \frac{mR}{\cancel{2}}\,\cancel{2}\sqrt{\frac{gh}{7}}$$

$$\boxed{H_A = mR\sqrt{\frac{gh}{7}}}$$

$$H_B = I_B\omega_B = \frac{m_B R_B^2}{2}\frac{v_B}{R_B} = \frac{4m\,R/2}{2}\,v_c$$

$$\boxed{H_B = 2mR\sqrt{\frac{gh}{7}}}$$