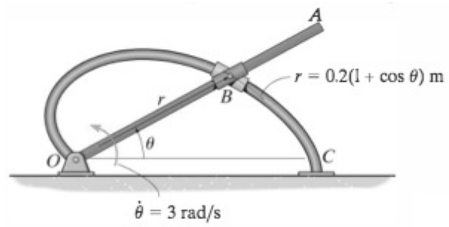
Universidade de Pernambuco
Escola Politécnica de Pernambuco
07 de julho de 2014
Mecânica 2 – 1° Semestre 2014 – 2ª Chamada
Turmas FN e FD

Nome:____

ATENÇÃO:
Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS. Todas as equações estão em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI).
Nos problemas de resolução numérica considere g = 10 m/s^2.

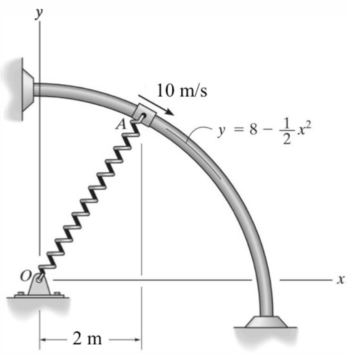
01. (3,0 pontos) O colar do arco da figura pode se mover ao longo do caminho OC e está conectado ao colar B, que se move ao longo da barra OA através de um pino de fixação. Sabendo que a curva OC possui a forma cardióide de equação $r = [0{,}2(1 + cos\theta)]$ e que a velocidade angular da barra OA, constante, é igual a $\dot{\theta} = 3\ rad/s$ em $\theta = 30°$, determine para este instante:



a) (1,0) a posição radial do colar B;
b) (1,0) a velocidade do colar B;
c) (1,0) a aceleração do colar B;

Dados: $\vec{a} = a_r\hat{r} + a_\theta\hat{\theta} + a_z\hat{z},\ a_r = \ddot{r} - r(\dot{\theta})^2,\ a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta},\ a_z = \ddot{z}.$

02. (2,5) Uma pequena argola de massa $m = 1kg$ desliza sem atrito ao longo da barra curvada, de equação $y = 8 - x^2/2$, conforme ilustra a figura. A constante elástica da mola é igual a $k = 10\ N/m$ e seu comprimento de repouso é igual a $3\ m$. Sabendo que no ponto A a argola possui uma velocidade tangencial de módulo $10\ m/s$, determine para este instante:

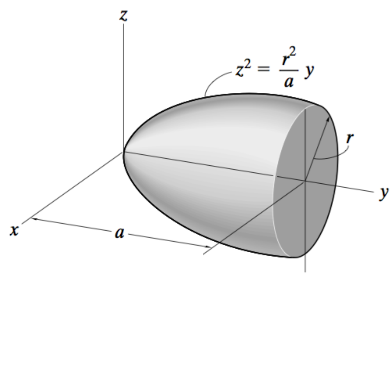


a) (1,0) o raio de curvatura da trajetória da argola;
b) (1,5) o módulo da força normal sobre a argola.

03. (2,5 pontos) Os blocos A e B possuem massas iguais a $5\ kg$ e $10\ kg$, respectivamente. Após colidir com o bloco B, que está inicialmente em repouso, o bloco A desliza $1{,}0\ m$ para a direita e o bloco B desliza $4{,}0\ m$. Se o coeficiente de atrito cinético da superfície com os blocos é igual a $\mu = 0{,}8$, determine:

a) (1,0) a velocidade dos blocos A e B imediatamente após a colisão;
b) (1,5) o coeficiente de restituição da colisão.

04. (2,0 pontos) O sólido mostrado na figura é formado pela revolução completa da curva $z^2 = r^2y/a$ em torno do eixo y. Suponha que este sólido possui uma densidade volumétrica de massa constante e igual a ρ.



a) (1,0) Calcule a massa total deste corpo.
b) (1,0) Obtenha o momento de inércia do objeto em torno do eixo y.

Mecânica 2 - 2014.1

2ª Chamada

Turmas FD e FN

Resolução

#01. $r = \frac{1}{5}(1+\cos\theta)$

$\theta = 30°$; $\dot\theta = 3\,\mathrm{rad/s}$

a) $r(\theta = 30°) = \frac{1}{5}(1+\cos 30°) = \frac{1}{5}(1+\sqrt{3}/2)$

$$\boxed{r = \frac{1}{10}(2+\sqrt{3})\ m}$$

b) $\vec{v} = \dot r\,\hat r + r\dot\theta\,\hat\theta + \cancel{\dot z\,\hat z}^{\,0}$, $\theta = 30°$

$r = \frac{1}{5} + \frac{1}{5}\cos\theta \Rightarrow \dot r = -\frac{1}{5}\operatorname{sen}\theta\,\frac{d\theta}{dt}$

$\dot r = -\frac{\dot\theta}{5}\operatorname{sen}\theta$, $\theta = 30° \Rightarrow \dot\theta = 3$,

$\dot r = -\frac{3}{5}\,\frac{1}{2} = -\frac{3}{10}\,m/s$

$\longrightarrow$

02

$$\vec{v} = -\frac{3}{10}\hat{r} + \frac{1}{10}(2+\sqrt{3})\,3\,\hat{\theta}$$

$$\boxed{\vec{v} = \frac{3}{10}\left[(2+\sqrt{3})\hat{\theta} - \hat{r}\right] \text{ m/s}}$$

c) $a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$

$$\ddot{r} = -\frac{\cancel{\ddot{\theta}}^{\,0}}{\cancel{5}}\operatorname{sen}\theta - \frac{\dot{\theta}^2}{5}\cos\theta$$

$$\theta = 30° \Rightarrow \ddot{r} = -\frac{9}{5}\frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{9\sqrt{3}}{10}$$

$$a_r = -\frac{9\sqrt{3}}{10} - \frac{9}{10}(2+\sqrt{3})$$

$$a_r = -\frac{9}{10}(\sqrt{3}+2+\sqrt{3}) = -\frac{9}{5}(1+\sqrt{3})$$

$$a_\theta = r\cancel{\ddot{\theta}}^{\,0} + 2\dot{r}\dot{\theta} \Rightarrow a_\theta = -\frac{3}{5}\cdot 3 = -9/5$$

$$a_z = \ddot{z} = 0$$

$$\therefore \boxed{\vec{a} = -\frac{9}{5}\left[(1+\sqrt{3})\hat{r} + \hat{\theta}\right]}$$

#02. $y = 8 - \frac{x^2}{2}$

$k = 10 N/m, \; l_0 = 3 m$

$v_A = 10 \, m/s$

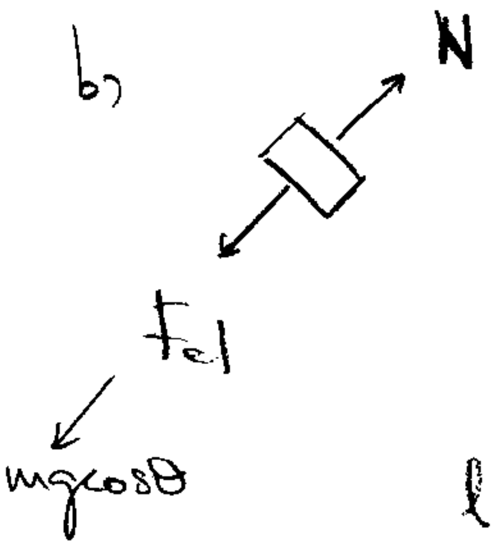
a) $\rho_A = \frac{[1 + y_A'^2]^{3/2}}{|y_A''|}$, $y' = \frac{dy}{dx}$

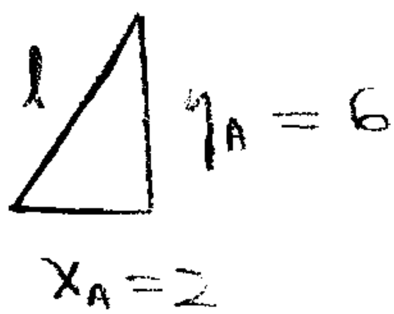
$y' = 0 - x$, $y'_A = -x_A = -2$

$y'' = -1 \Rightarrow \rho_A = \frac{[1+4]^{3/2}}{1}$

$$\boxed{\rho_A = 5\sqrt{5} \; m}$$

b)





$l = \sqrt{4 + 36} = 2\sqrt{10}$

→

04

$$F_{Rn} = \frac{m v_A^2}{\rho_A} \Rightarrow -N + mg\cos\theta + F_{el} = \frac{m v_A^2}{\rho_A}$$

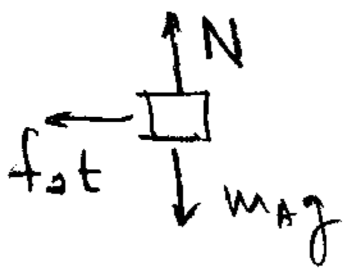
$$N = mg\cos\theta + F_{el} - \frac{m v_A^2}{\rho_A}$$

$$\tan\theta = y'_A = -2 \Rightarrow \theta = \operatorname{arctg}(-2)$$

$$N = 10\cos\operatorname{arctg}(-2) + 10(2\sqrt{10} - 3) - \frac{100}{5\sqrt{5}}$$

$$\boxed{N = 10\left[\cos\operatorname{arctg}(-2) + (2\sqrt{10} - 3) - \frac{2\sqrt{5}}{5}\right] N}$$

#03. a) $\Delta K = W_{fat}$



$$\underbrace{\cancel{K_f}}_{0} - K_i = -\mu N d$$

$$-\frac{m_A v_A'^2}{2} = -\mu m_A g d_A$$

$\longrightarrow$

$$v_A'^2 = 2\mu g d_A \Rightarrow v_A' = \sqrt{2\mu g d_A}$$

$$v_A' = \sqrt{20 \cdot 0{,}8 \cdot 1} = \sqrt{16} = 4\,m/s$$

$$\boxed{v_A' = 4\,m/s}$$

De forma similar, $v_B' = \sqrt{2\mu g d_B} = \sqrt{20 \cdot 0{,}8 \cdot 4}$

$$\boxed{v_B' = 8\,m/s}$$

b) $$e = \frac{v_B' - v_A'}{v_A} = \frac{8-4}{v_A} = 4/v_A$$

$$m_A v_A + m_B \underbrace{\cancel{v_B}}_{0} = m_A v_A' + m_B v_B'$$

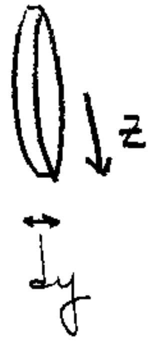
$$5 v_A = 5\ 4 + 10 \cdot 8 = 100 \Rightarrow v_A = 20\,m/s$$

Logo, $e = \dfrac{4}{20}$

$$\boxed{e = 0{,}2}$$

06

#04. a) $m = \int \rho \, dV = \int \rho \pi z^2 \, dy$

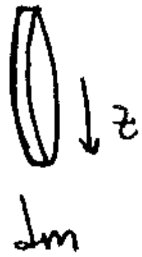


$$m = \rho \pi \int_0^a \frac{r^2 y}{a} \, dy = \rho \frac{\pi r^2}{a} \frac{a^2}{2}$$

$$\boxed{m = \frac{\rho \pi a r^2}{2}}$$

b) $I = \int dI \Rightarrow dI = \frac{dm \, z^2}{2}$

$dI = \frac{dm \, z^2}{2}$



$$I = \frac{1}{2} \int \rho \, dV z^2 = \frac{1}{2} \int \rho \pi z^4 \, dy$$

$$I = \rho \frac{\pi}{2} \int_0^a \frac{r^4}{a^2} y^2 \, dy = \rho \frac{\pi}{2a^2} r^4 \frac{a^3}{3}$$

$$\boxed{I = \frac{\rho \pi r^4 a}{6}}$$

Ou ainda, $\boxed{I = \frac{m r^2}{3}}$