

Nome: _____

ATENÇÃO:

Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS. Todas as equações estão em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI).

Nos problemas de resolução numérica considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

*****Pontuação apenas para soluções inteiramente corretas.**

01. *(3,0 pontos)** Uma partícula se move em uma trajetória bidimensional de equação

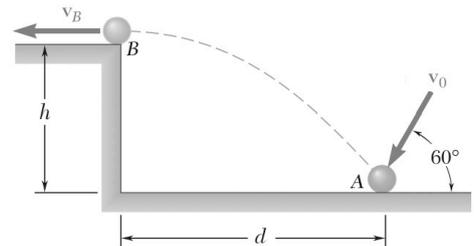
$$y = a + bx + cx^2,$$

onde a , b e c são constantes. Se a velocidade da partícula nessa trajetória tem módulo constante e igual a v_0 , calcule para $x = 0$:

- (1,0) a componente x e y de sua velocidade;
- (1,0) o raio de curvatura de sua trajetória;
- (1,0) a componente normal de sua aceleração.

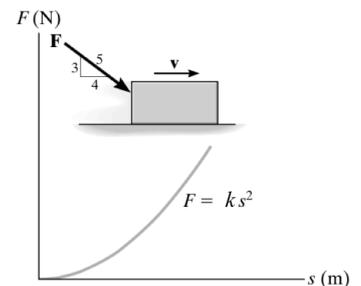
02. (4,0 pontos) Uma bola colide com o solo no ponto A com uma velocidade \vec{v}_0 , de módulo 16 m/s , que faz um ângulo de 60° com a horizontal. A gravidade no local do experimento tem módulo g , constante, e aponta verticalmente para baixo. Sabendo que o coeficiente de restituição na colisão da bola com o solo é igual a $e = 0,6$ e que a bola atinge o ponto B com uma velocidade horizontal, determine:

- (1,0) a velocidade da bola após a colisão com o solo em A;
- (2,0) as distâncias d e h ;
- (1,0) a velocidade da bola no ponto B.



03. (3,0 pontos) Um bloco de massa m desliza em uma superfície plana horizontal com coeficiente de atrito igual a μ . O bloco está submetido a uma força cujo módulo varia com a posição na forma $F(s) = ks^2$, onde k é uma constante. Em $s = 0$ o bloco possui uma velocidade de módulo $v_0 \neq 0$ que aponta no sentido positivo dos espaços. A gravidade local tem módulo g , constante, e aponta verticalmente para baixo.

- (1,0) Esboce as forças que atuam sobre o bloco em um diagrama de corpo isolado e escreva as equações de movimento do bloco utilizando a Segunda Lei de Newton.
- (1,0) Obtenha uma expressão para a aceleração do bloco.
- (1,0) Determine uma expressão para energia cinética do bloco em função da posição s e dos dados do problema.



MECÂNICA 2 - 2014.2

TURMA GG
2ª CHAMADA
RESOLUÇÃO

$$\#01. \quad y = a + bx + cx^2$$

$$a) \quad \dot{y} = 0 + b\dot{x} + 2c\dot{x}x$$

$$x=0 \Rightarrow \dot{y} = b\dot{x}$$

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 = v_0^2 \Rightarrow \dot{y} = \sqrt{v_0^2 - \dot{x}^2}$$

$$\sqrt{v_0^2 - \dot{x}^2} = b\dot{x}$$

$$+(v_0^2 - \dot{x}^2) = b^2\dot{x}^2, \text{ pois } \dot{x} \leq v_0$$

$$v_0^2 = \dot{x}^2(1 + b^2)$$

$$\boxed{\dot{x} = \frac{v_0}{\sqrt{1+b^2}}} \Rightarrow \boxed{\dot{y} = \frac{bv_0}{\sqrt{1+b^2}}}$$

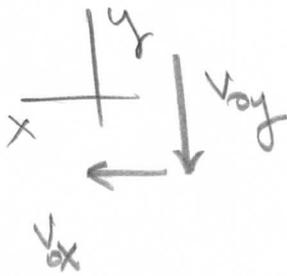
$$b) \quad \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = b + 2cx \Big|_{x=0} = b$$



02

$$\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=0} = 2c \Rightarrow \rho = \frac{(1+b^2)^{3/2}}{2|c|}$$

$$c) a_n = \frac{v_0^2}{\rho} \Rightarrow a_n = \frac{2v_0^2 |c|}{(1+b^2)^{3/2}}$$

#02.  $e = -\frac{v_{0y}}{v_{0y}} \Rightarrow v_{0y}' = -e v_{0y}$

$$v_{0x} = v_{0x}'$$

$$\vec{v}_A = v_{0x} \hat{x} - e v_{0y} \hat{y}, \quad v_{0x} = v_0 \cos 60^\circ$$

$$v_{0y} = -v_0 \operatorname{sen} 60^\circ$$

$$\vec{v}_A = v_0 (\cos 60^\circ \hat{x} + 0,6 \operatorname{sen} 60^\circ \hat{y})$$

$$\vec{v}_A = 8 \left(1 \hat{x} + \frac{6}{10} \sqrt{3} \hat{y} \right) = \frac{4}{5} (10 \hat{x} + 6\sqrt{3} \hat{y})$$

$$\vec{v}_A = \frac{4}{5} (10 \hat{x} + 6\sqrt{3} \hat{y})$$

b) Em $x=d$ e $y=h$ temos que a altura máxima foi atingida:

$$v_y^2 = v_{oy}^2 - 2g\Delta y, \quad v_y = 0, \quad v_{oy} = v_{Ay}$$

$$0 = v_{Ay}^2 - 2gh \Rightarrow h = \frac{v_{Ay}^2}{2g}$$

$$h = \frac{1}{2g} \left(\frac{24\sqrt{3}}{5} \right)^2 = \frac{24^2 \cdot 3}{100} = \frac{3 \cdot 12 \cdot 2}{50} = \frac{72}{25}$$

$$h = \frac{18}{25} \text{ m}$$

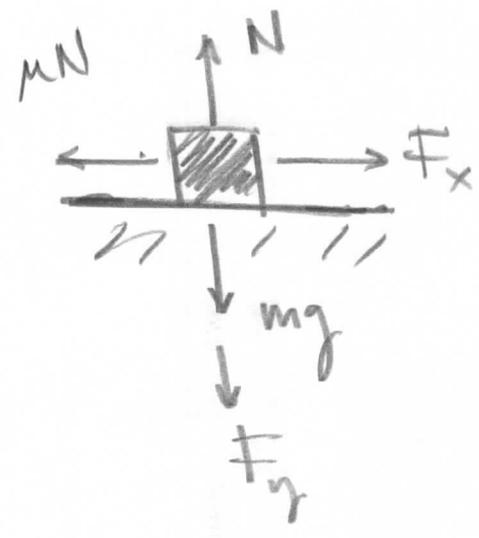
$$x = d = v_{Ax} t_v, \quad v_y^0 = v_{Ay} - g t_v$$

$$d = v_{Ax} \frac{v_{Ay}}{g} = \frac{16}{25} \cdot \frac{6\sqrt{3}}{10}$$

$$d = \frac{96\sqrt{3}}{25} \text{ m}$$

$$c) v_B = v_{Ax} \Rightarrow v_B = 8 \text{ m/s}$$

#03. 2)



$$F_x = F \frac{4}{5}$$

$$F_y = F \frac{3}{5}$$

$$\hat{x}: \frac{4}{5} F - \mu N = ma$$

$$\hat{y}: N - mg - \frac{3}{5} F = 0$$

$$\frac{4}{5} k s^2 - \mu N = ma$$

$$N - mg - \frac{3}{5} k s^2 = 0$$

$$b) \quad a = \left(\frac{4}{5} k s^2 - \mu N \right) \frac{1}{m}, \quad N = mg + \frac{3}{5} k s^2$$

$$ma = \frac{4}{5} k s^2 - \mu mg - \mu \frac{3}{5} k s^2$$

$$a = \frac{k s^2}{5m} (4 - 3\mu) - \mu g$$

$$c) \quad a = \alpha s^2 + \beta, \quad \alpha = \frac{k}{5m} (4 - 3\mu), \quad \beta = -\mu g$$

$$v \frac{dv}{ds} = a = \alpha s^2 + \beta$$

$$\frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} = \frac{\alpha}{3} s^3 + \beta s$$



05

$$\frac{v^2}{2} = \frac{v_0^2}{2} + \frac{\alpha s^3}{3} + \beta s$$

$$K = K_0 + \frac{m}{3} s^3 \frac{k}{s_m} (4 - 3\mu) - \mu g s$$

$$K = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{ks^3}{15} (4 - 3\mu) - \mu g s$$