Universidade de Pernambuco
Escola Politécnica de Pernambuco
Mecânica 2 – 1° Semestre 2015 – 2ª Chamada

Nome:____

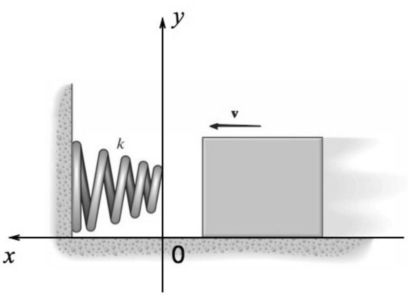
ATENÇÃO:
Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS. Todas as equações estão em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI).
Nos problemas de resolução numérica considere g = 10 m/s^2.
*****Pontuação apenas para soluções inteiramente corretas.**

01. *(4,0 pontos)** Duas partículas A e B iniciam um movimento linear a partir do repouso e na origem de um sistema de coordenadas. A partícula A possui aceleração dada pela relação $a_A = (6t - 3)\ m/s^2$ e a aceleração da partícula B é $a_B = (12t^2 - 8)\ m/s^2$, onde t está em segundos. Calcule:

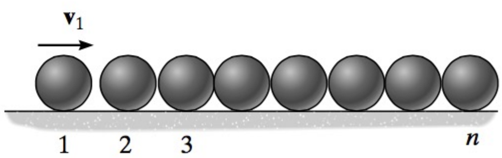
a) (1,0) as funções temporais das velocidades de cada partícula;
b) (1,5) a distância entre elas para $t\ =\ 4{,}0\ s$;
c) (1,5) a distância que cada partícula viajou entre $t\ =\ 0$ e $t\ =\ 4{,}0\ s$.

02. (3,0 pontos) Um bloco de massa m desliza em uma superfície plana horizontal sem atrito com uma velocidade cujo módulo é igual a $v_0 \neq 0$ em $x\ =\ 0$. Nesta mesma posição, o bloco entra em contato com uma mola de reação não-linear, onde a força elástica que ela produz tem módulo igual a $F = kx^2$. Nesta equação, x denota a deformação da mola e k é a sua constante elástica. Responda os itens a seguir para a região $x > 0$.

a) (1,5) Determine a aceleração do bloco em função de x.
b) (1,5) Determine a velocidade do bloco em função de x.



03. (3,0 pontos) Um conjunto de n esferas idênticas, cada uma de massa m e dispostas uma ao lado da outra, é mostrado na figura. A esfera 1 possui velocidade de módulo v_1 e desliza em uma superfície plana horizontal sem atrito. Se o coeficiente de restituição em cada impacto é igual a e, determine:



a) (1,5) as velocidades das esferas 1 e 2 imediatamente após o impacto;
b) (1,5) as velocidades das esferas $n - 1$ e n imediatamente após o impacto.

Mecânica 2 – Turma GG

2ª Chamada

2015.1

Resolução

#01. a) $a_A = \frac{dv_A}{dt} \Rightarrow v_A - \cancel{v_{0A}}^{\,0} = \int_0^t (6t-3)\,dt$

$$\boxed{v_A = 3t^2 - 3t}$$

$$v_B = \int_0^t (12t^2 - 8)\,dt = 4t^3 - 8t$$

$$\boxed{v_B = 4t^3 - 8t}$$

b) $x_A - \cancel{x_{0A}}_{\,0} = \int v_A\,dt = \int_0^t (3t^2 - 3t)\,dt$

$$x_A = t^3 - 3t^2/2$$

$$x_B = t^4 - 4t^2$$

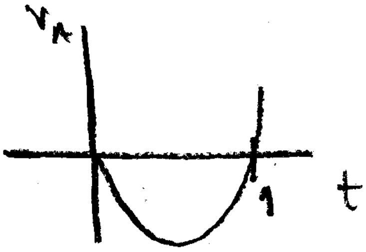
$x_A(4) = 64 - 3.8 = 40\,m$

$x_B(4) = 256 - 4.4^2 = 192\,m$

$$\boxed{|\Delta x_{AB}| = 152\,m}$$

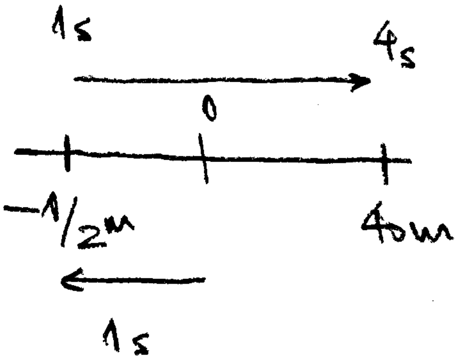
02

c) $v_A = 3t(t-1)$, $v_A = 0 \begin{cases} t = 0 \\ t = 1\,s \end{cases}$



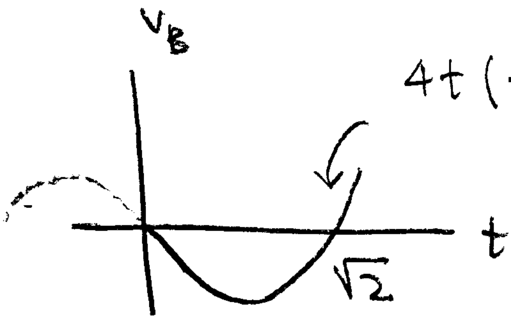
$x_A(1) = 1^3 - \frac{3}{2} 1^2 = -1/2\ m$

$x_A(4) = 40\ m$



$$\boxed{d_A = 41\ m}$$

$v_B = 4t^3 - 8t$



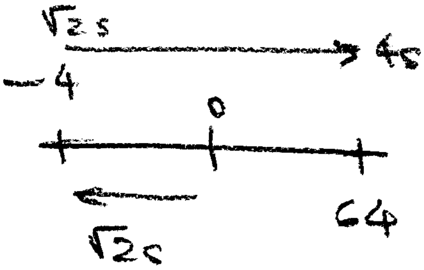
$4t(t^2 - 2) = 0$

$t = 0$

$t = \pm\sqrt{2}\,s$

$x_B(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^4 - 4(\sqrt{2})^2 = 4 - 8 = -4$

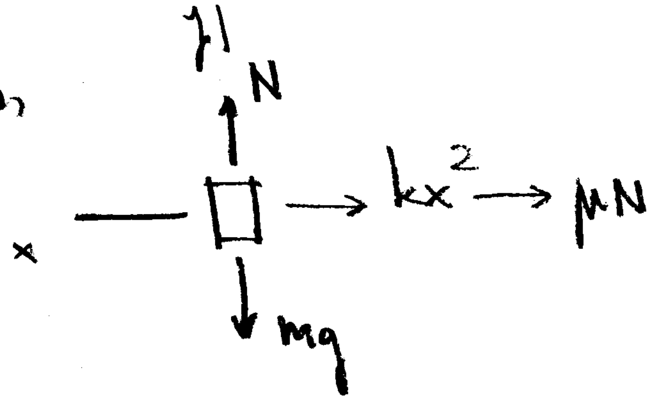
$x_B(4) = 192\,m$



$d_B = 2.4 + 192$

$$\boxed{d_B = 200\,m}$$

#02. a)



$\hat{x}: -kx^2 - \mu N = ma$

$\hat{y}: N - mg = 0$

$$a = -\frac{kx^2}{m} - \frac{\mu m g}{m} \Rightarrow \boxed{a(x) = -\left(\mu g + \frac{kx^2}{m}\right)}$$

b) $$a = v\frac{dv}{dx} \Rightarrow v^2 - v_0^2 = -\int_0^x \left(\mu g + \frac{kx^2}{m}\right) dx$$

$$v^2 = v_0^2 - \mu g x - \frac{kx^3}{3m}$$

$$\boxed{v = \pm\sqrt{v_0^2 - \left(\mu g + \frac{kx^2}{3m}\right)x}}$$

#03. a) $\cancel{m_1} v_1 = \cancel{m_1} v_1' + \cancel{m_2} v_2'$, $m_1 = m_2$

$$v_1 = v_1' + v_2' \quad (I)$$

$$e = \frac{v_2' - v_1'}{v_1} \Rightarrow e v_1 = v_2' - v_1' \quad (II)$$

(I) + (II) : $(e+1)v_1 = 2v_2'$

$$\boxed{v_2' = \frac{v_1(e+1)}{2}}$$

$$v_1' = v_2' - ev_1 = \frac{v_1}{2} + \frac{v_1 e}{2} - ev_1$$

$$v_1' = \frac{v_1}{2} - \frac{ev_1}{2} \rightarrow \boxed{v_1' = \frac{v_1(1-e)}{2}}$$

b)

$$v_2' = v_2'' + v_3'$$

$$ev_2' = v_3' - v_2''$$

$$v_3' = \frac{v_2'(e+1)}{2}$$

$$\therefore v_3' = \frac{v_1(e+1)^2}{2^2} = \frac{v_1(e+1)^2}{4}$$

COLISÃO 2→3

$$v_2'' = \frac{v_2'(1-e)}{2} = \frac{v_1(1+e)(1-e)}{4}$$

COLISÃO 3→4

$$v_3' = v_4' + v_3''$$

$$ev_3' = v_4' - v_3''$$

$$v_3'(1+e) = 2v_4' \Rightarrow v_4' = \frac{v_3'}{2}(1+e)$$

$$v_4' = \frac{v_1(e+1)^3}{2^3} \Rightarrow v_4' = v_1\left(\frac{e+1}{2}\right)^3$$

$$v_3'' = v_3'\frac{(1-e)}{2} = \frac{v_1(e+1)^2(1-e)}{2^3}$$

COLISÃO $4 \to 5$

$$v_5' = \frac{v_4'}{2}(1+e)$$

$$v_5' = v_1\left(\frac{1+e}{2}\right)^4$$

$$v_4'' = v_4'\frac{(1-e)}{2} = \frac{v_1(e+1)^3}{2^3} \cdot \frac{(1-e)}{2}$$

$$v_4'' = v_1\frac{(1+e)^3(1-e)}{2^4}$$

Então, por indução:

06

$$\boxed{v_n' = v_1 \left(\frac{e+1}{2}\right)^{n-1}}$$

$$\boxed{v_{n-1}'' = \frac{v_1 (e+1)^{n-2} (1-e)}{2^{n-1}}}$$