

Universidade de Pernambuco
Escola Politécnica de Pernambuco
04 de dezembro de 2015
Mecânica 2 - 2º Semestre 2015 – 2ª Chamada

Nome: _____

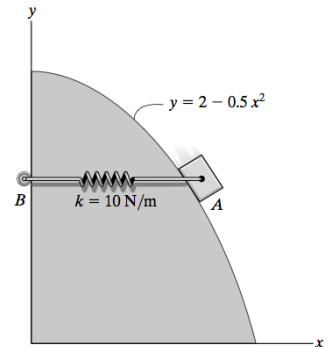
ATENÇÃO:

Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS. Todas as equações estão em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI).

Nos problemas de resolução numérica considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

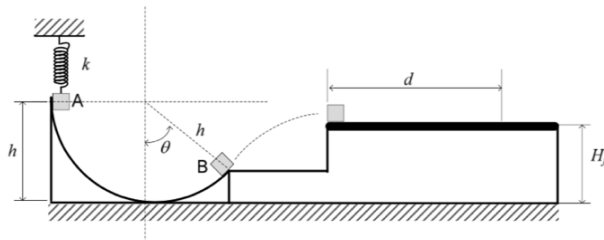
*****Pontuação para soluções parcialmente corretas.**

01. (3,0 pontos) O bloco de massa $m = 5 \text{ kg}$ mostrado na figura pode se mover apenas no plano xy sobre o caminho parabólico de equação $y = 2 - 0,5x^2$. Uma mola ideal de constante elástica $k = 10 \text{ N/m}$ está presa ao bloco no ponto A e a um guia B de forma que ela permanece na horizontal enquanto o bloco se move. O comprimento original da mola é igual a $0,5 \text{ m}$. Despreze os efeitos do atrito. Sabendo que em $x = 1,0 \text{ m}$ o módulo da velocidade do bloco é igual a $4,0 \text{ m/s}$, calcule para $x = 1,0 \text{ m}$:



- (1,0) o diagrama de corpo isolado das forças que atuam no bloco.
- (1,0) o módulo da aceleração tangencial do bloco;
- (1,0) o módulo da reação normal sobre bloco.

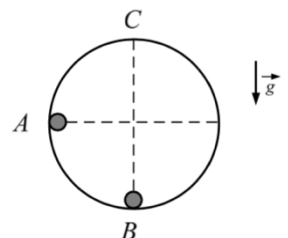
02. (4,0 pontos) Uma mola comprimida por uma deformação ℓ_0 está em contato com um corpo de massa m , que se encontra inicialmente em repouso no ponto A da rampa circular. O corpo é liberado e inicia um movimento sem atrito na rampa. Ao atingir o ponto B sob um ângulo θ indicado na figura, o corpo abandona a superfície da rampa. No ponto mais alto da trajetória, entra em contato com uma superfície plana horizontal com coeficiente de atrito cinético μ . Após deslocar-se por uma distância d nesta superfície horizontal, o corpo atinge o repouso. Determine, em função dos parâmetros mencionados:



- (1,0) a velocidade do corpo no ponto mais baixo da trajetória;
- (1,0) a altura final do corpo H_f em relação ao solo;
- (1,0) o tempo de voo do bloco entre o ponto B e a superfície plana horizontal;
- (1,0) a distância d percorrida ao longo da superfície plana horizontal.

03. (3,0 pontos) Um corpo puntiforme de massa $m_1 = m$ parte de ponto A, percorrendo a rampa circular de raio R representada na figura. Ele colide com outro corpo puntiforme de massa $m_2 = 2m$, que se encontrava inicialmente em repouso no ponto B. A gravidade local tem módulo g e aponta verticalmente para baixo. Não há atrito entre os corpos e a superfície circular.

- (2,0) Supondo que este choque é perfeitamente inelástico e que o corpo resultante desta colisão atinge o ponto C, calcule a menor velocidade possível para o corpo de massa m_1 no ponto A.
- (1,0) A partir da resposta do item (a), calcule a perda de energia cinética na colisão.



MECÂNICA 2 - 2015.2

2ª CHAMADA

RESOLUÇÃO

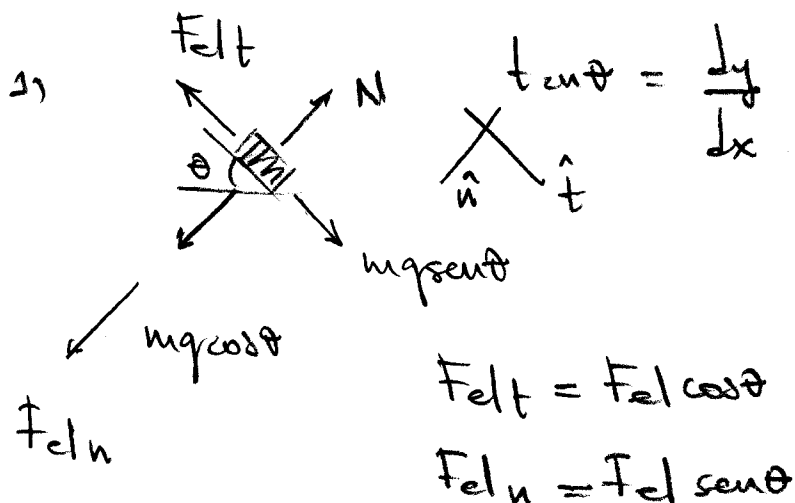
#01. $m = 5 \text{ kg}$

$k = 10 \text{ N/m}$

$y = 2 - x^2/2$

$l_0 = 1/2 \text{ m}$

$x = 1,0 \text{ m} \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$



b) $mg \sin \theta - F_{el} \cos \theta = ma_t$

$$\tan \theta = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=1} = - \left. \frac{2x}{2} \right|_{x=1} = -1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

$$(mg - F_{el}) \frac{\sqrt{2}}{2} = ma_t \Rightarrow a_t = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(g - \frac{F_{el}}{m} \right)$$

$$F_{el} = k(x - l_0) = 10,45 = 8 \text{ N}$$

$$a_t = \frac{\sqrt{2}}{2} (10 - 8/5) \Rightarrow a_t = \frac{9\sqrt{2}}{2} \text{ m/s}^2$$

02

$$c) mg \cos \theta + F_{el} - N = ma_n = \frac{mv^2}{\rho}$$

$$mg \cos \theta + k(x-l_0) \sin \theta - N = \frac{mv^2}{\rho}$$

$$\rho = ? \quad y' = -x$$

$$(x=1m) \quad y'' = -1 \quad \rightarrow \quad \rho = \frac{[1 + (-1)^2]^{3/2}}{1} \rightarrow \rho = 2\sqrt{2}m$$

$$\therefore N = mg \cos 45^\circ + k(x-l_0) \sin 45^\circ - \frac{mv^2}{2\sqrt{2}}$$

$$N = 50 \frac{\sqrt{2}}{2} + 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{5 \cdot 16}{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$N = \frac{\sqrt{2}}{2} (50 + 5 - 40) \Rightarrow \boxed{N = 15 \frac{\sqrt{2}}{2} N}$$

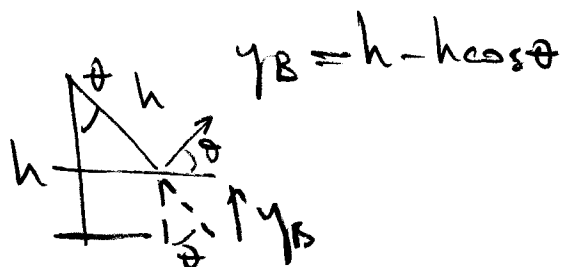
02. 2) $U_{el} + U_{g1} = K_f$

$$\frac{kl_0^2}{2} + mgh = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v^2 = \frac{kl_0^2}{m} + 2gh$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{kl_0^2}{m} + 2gh}}$$

$$b) \quad v_y^2 = v_{iy}^2 - 2g\Delta y$$

$$0 = v_{By}^2 - 2g(H_f - y_B)$$



$$v_{By}^2 = +2g[H_f - h(1 - \cos \theta)], \quad v_{By} = v_B \sin \theta$$

$$U_{elA} + U_{gA} = K_B + U_{gB}$$

$$\frac{kl^2}{2} + mgh = \frac{mv_B^2}{2} + mgy_B$$

$$v_B^2 = \frac{kl^2}{m} + 2g[h - h(1 - \cos \theta)]$$

$$v_B^2 = \frac{kl^2}{m} + 2gh \cos \theta$$

$$\therefore \left(\frac{kl^2}{m} + 2g \cos \theta \right) \frac{\sin^2 \theta}{2g} = H_f - h(1 - \cos \theta)$$

$$H_f = h(1 - \cos \theta) + \frac{\sin^2 \theta}{2g} \left(\frac{kl^2}{m} + 2g \cos \theta \right)$$

$$c) \quad \vec{v}_y = v_{oy} - gt$$

$$t = \frac{v_{By}}{g}$$

$$t = \frac{\sin \theta}{g} \sqrt{\frac{kl^2}{m} + 2gh \cos \theta}$$

04

$$\downarrow \Delta K = W$$

$$0 - \frac{m v_{Bx}^2}{2} = -m \cancel{m} g d, \quad v_{Bx} = cte = v_B \cos \theta$$

$$1 = \frac{v_B^2 \cos^2 \theta}{m g} \Rightarrow \boxed{1 = \frac{\cos^2 \theta}{\mu g} \left(\frac{k b^2}{m} + 2 g h \cos \theta \right)}$$

03. a)

c


 $\downarrow N$
 $\downarrow (m_1 + m_2) g$

$$\cancel{m} + (m_1 + m_2) g = (m_1 + m_2) v_c^2 / R$$

$$\boxed{v_c^2 = g R}$$

$$(m_1 + m_2) \frac{v_B^2}{2} = (m_1 + m_2) \frac{v_c^2}{2} + (m_1 + m_2) g 2R$$

$$v_B^2 = v_c^2 + 4gR = 5gR \Rightarrow \boxed{v_B = \sqrt{5gR}}$$

Conservation: $m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_B \Rightarrow v_1 = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1} \right) v_B$

$$v_1 = \frac{3m}{m} v_B \Rightarrow \boxed{v_1 = 3v_B = 3\sqrt{5gR}}$$



$$\therefore \frac{m_1 v_{01}^2}{2} + m_1 g R = \frac{m_1 v_1^2}{2}, \quad \Delta E_{\text{mec}_1}_{AB} = 0$$

$$v_{01}^2 = v_1^2 - 2gR = 9.5gR - 2gR$$

$$\boxed{v_{01} = \sqrt{43gR}}$$

$$b) \frac{m_1 v_1^2}{2} = k_i, \quad (m_1 + m_2) \frac{v_B^2}{2} = k_f$$

$$k_i = \frac{43}{2} mgR, \quad k_f = \frac{3m}{2} 5gR = \frac{15}{2} mgR$$

$$\boxed{\Delta K = -14 mgR}$$