

Nome: _____

ATENÇÃO:

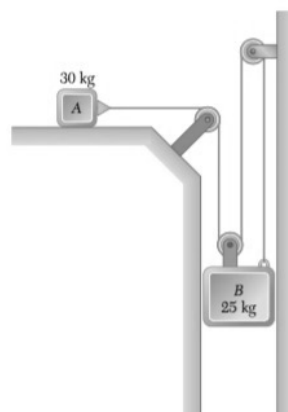
Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS. Todas as equações estão em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI). Nos problemas de resolução numérica considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

01. (2,5 pontos) Uma partícula de massa m que se move ao longo de um eixo x horizontal é acelerada a partir do repouso por uma aceleração cuja intensidade é dada pela relação $a = k\sqrt{v^2 + \ell^2}$, onde v é o módulo da velocidade da partícula e k e ℓ são constantes positivas. Sabendo que a partícula se move no sentido positivo do eixo x e que a posição inicial é igual a $x_0 \neq 0$, determine:

- (1,0) a velocidade da partícula quando a posição for igual a $x = 2x_0$;
- (1,0) a energia cinética da partícula quando a posição for igual a $x = 2x_0$;
- (0,5) o trabalho da força resultante no deslocamento de x_0 até $2x_0$.

02. (2,5 pontos) Dois blocos A e B estão inicialmente em repouso conectados por fios e polias ideais como mostra a figura. Não há atrito e gravidade local tem módulo g e aponta verticalmente para baixo. Calcule:

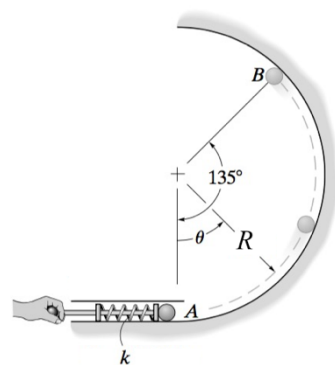
- (1,0) a aceleração de cada bloco;
- (1,0) a tensão no fio;
- (0,5) a energia cinética do bloco A após o bloco B ter descido uma altura $h = 1,0 \text{ m}$.



03. (2,5 pontos) Uma esfera maciça de massa m e raio r é atirada ao longo de um percurso circular, de raio R , utilizando uma mola ideal de constante elástica k . A gravidade local tem módulo g e aponta verticalmente para baixo. Sabendo que a esfera não desliza e que começa a abandonar a superfície circular no ponto B, quando $\theta = 135^\circ$, determine:

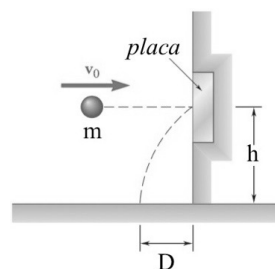
- (1,0) o diagrama de corpo isolado das forças que atuam sobre a esfera no ponto B;
- (1,0) o módulo da velocidade do centro de massa da esfera no ponto B;
- (0,5) a compressão da mola que permite esse movimento da esfera.

Dado: o momento de inércia de uma esfera maciça que gira em torno de um eixo que passa pelo seu centro de massa é igual a $I = 2mr^2/5$.



04. (2,5 pontos) Uma bola colide com uma placa metálica instalada em uma parede. A velocidade da bola imediatamente antes da colisão tem módulo v_0 e é horizontal. Sabendo que a bola colide com a placa a uma altura h do solo e que, após a colisão, ela percorre uma distância horizontal D até atingir o solo, determine:

- (1,0) o tempo de voo da bola após a colisão;
- (1,0) a intensidade da velocidade da bola imediatamente após a colisão;
- (0,5) o coeficiente de restituição associado à colisão.



MECÂNICA 2 - 2016.1

2ª CHAMADA

RESOLUÇÃO

#01. $a = k\sqrt{v^2 + l^2} = a(v) = v \frac{dv}{dx}$

$$\int_{x_0}^x dx = \int_{v_0}^v \frac{v dv}{k\sqrt{v^2 + l^2}} = x - x_0$$

$$u = v^2 + l^2, \quad \frac{du}{dv} = 2v \Rightarrow v dv = \frac{du}{2}$$

$$\int \frac{du}{2ku^{1/2}} = \frac{1}{2k} \int u^{-1/2} du = \frac{1}{2k} \frac{u^{1/2}}{1/2} \Big|_{u_0}^u = \frac{1}{k} u^{1/2} \Big|_{u_0}^u$$

$$\int_{v_0}^v \frac{v dv}{k\sqrt{v^2 + l^2}} = \frac{1}{k} [\sqrt{v^2 + l^2} - \sqrt{v_0^2 + l^2}]$$

$$x - x_0 = \frac{1}{k} [\sqrt{v^2 + l^2} - l], \quad x = 2x_0;$$

para $v > 0, l > 0, \forall x$.

$$kx_0 + l = \sqrt{v^2 + l^2} \Rightarrow v^2 + l^2 = \pm (kx_0 + l)^2$$

$$v^2 = (kx_0)^2 + 2kx_0 l$$

$$v = \sqrt{kx_0(kx_0 + 2l)}$$

$$b) K = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow K = \frac{m}{2} kx_s (kx_s + 2\ell)$$

$$c) W_F = \Delta K = K - \cancel{K_0}$$

$$W_F = \frac{m kx_s (kx_s + 2\ell)}{2}$$

#02. 1)

$$T = m_A a_{Ax}$$

pel 2 figure:

$$\Delta x_A = 3 \Delta y_B$$

$$v_{Ax} = 3 v_{By}$$

$$a_{Ax} = 3 a_{By}$$

$$m_B g - 3T = m_B a_{By}$$

$$a_{Ax} = a$$

$$\begin{cases} T = m_A a & \times (3) \\ m_B g - 3T = m_B a/3 \end{cases}$$

$$m_B g = 3m_A a + m_B a/3 \Rightarrow m_B g = a \left(3m_A + \frac{m_B}{3} \right)$$

$$a = \frac{m_B g}{3m_A + m_B/3} = \frac{25 \cdot 10}{90 + 25/3} = \frac{250}{270 + 25} \cdot 3$$

→

$$a = \frac{750}{295} = \frac{150}{59} \Rightarrow \boxed{a_{Ax} \simeq 2,54 \text{ m/s}^2}$$

$$a_B = 50/59 \Rightarrow \boxed{a_{By} \simeq 0,85 \text{ m/s}^2}$$

$$b) \quad T = m_A a_{Ax} = 30 \cdot \frac{150}{59} \Rightarrow \boxed{T \simeq 76,3 \text{ N}}$$

$$c) \quad \text{Como } \Delta y_B = \Delta x_A / 3 \Rightarrow h = \Delta x_A / 3$$

$$\Delta x_A = 3h. \text{ Vm2 vet que } a_{Ax} = 150/59 = \text{cte}$$

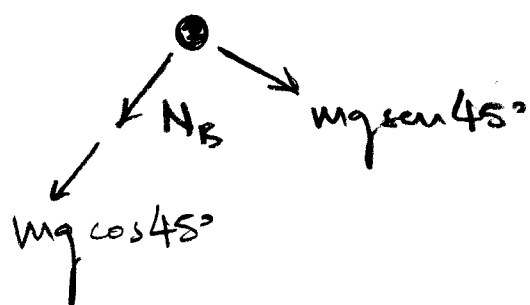
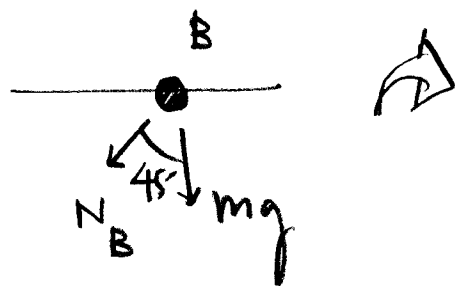
$$v_{Af}^2 = v_{Ai}^2 + 2a_{Ax} \Delta x_A$$

$$v_{Af}^2 = 0 + \frac{300}{59} \cdot 3 = 900/59$$

$$K_A = \frac{15}{7} \cdot \frac{900}{59} \Rightarrow \boxed{K_A = \frac{13500}{59} \text{ J}}$$

$$\boxed{K_A \simeq 228,8 \text{ J}}$$

#03. 2)



$$b) N_B + mg \cos 45^\circ = \frac{mv_B^2}{R-r}$$

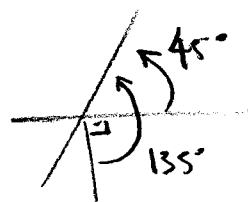
$$N_B = 0 \Rightarrow v_B = \sqrt{g(R-r)\sqrt{2}/2}$$

$$v_B = v_{\text{BCM}} = \sqrt{\frac{g(R-r)\sqrt{2}}{2}}$$

c) Como nos ha' strito: $\Delta E_{\text{mec}} = 0$

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

$$\cancel{K_A} + \cancel{U_{elA}} + \cancel{U_{gA}} = K_B + \cancel{U_{elB}} + U_{gB}$$



$$\frac{K_x^2}{2} = K_B + mg y_B, \quad y_B = R + (R-r) \sin 45^\circ$$

$$K_B = K_{\text{rot}} + K_{\text{trans}}$$

$$K_B = \frac{I \omega_B^2}{2} + \frac{mv_{\text{BCM}}^2}{2}, \quad I = \frac{2}{5} m r^2$$

$$\omega_B = v_{\text{BCM}} / r$$

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{2}{5} \frac{m}{2} v_{\text{cm}}^2 + \frac{m}{2} v_{\text{cm}}^2 + mgR + mg(R-r)\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$kx^2 = m \frac{7}{5} g(R-r)\frac{\sqrt{2}}{2} + 2mgR + mg(R-r)\sqrt{2}$$

$$kx^2 = \frac{7\sqrt{2}mg}{10}(R-r) + mgR(2+\sqrt{2}) - mgr\sqrt{2}$$

$$kx^2 = mgR \left(\frac{7\sqrt{2}}{10} + 2 + \sqrt{2} \right) - mgr \left(\frac{7\sqrt{2}}{10} - \sqrt{2} \right)$$

$$x^2 = \frac{mg}{k} \left[R \left(\frac{17\sqrt{2} + 20}{10} \right) + r \left(\frac{3\sqrt{2}}{10} \right) \right]$$

$$x = \sqrt{\frac{mg}{10k} [R(17\sqrt{2} + 20) + 3r\sqrt{2}]}$$

#04. a) $y = y_0 + v_{0y}t - gt^2/2$

$$0 = h + 0 - gt_v^2/2$$

$$t_v = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

b) $D = |v'_x| t_v \Rightarrow |v'_x| = \frac{D}{t_v} \Rightarrow |v'_x| = D \sqrt{\frac{g}{2h}}$

c) $e = \frac{v_{\text{past}} - v'_{\text{past}}}{v_{\text{past}} - v_{\text{past}}'} \Rightarrow e = -v'_{\text{past}}/v_{\text{past}}$

$$e = v'_x/v_h \Rightarrow e = \frac{D}{v_0} \sqrt{\frac{g}{2h}}$$