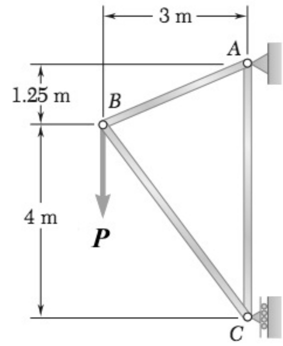
Universidade de Pernambuco
Escola Politécnica de Pernambuco
26 de novembro de 2013
Mecânica 1 - 2° Semestre 2013 – 2ª Prova

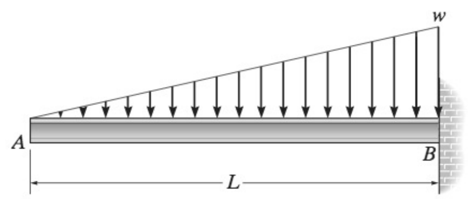
Nome:____

ATENÇÃO: Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS.



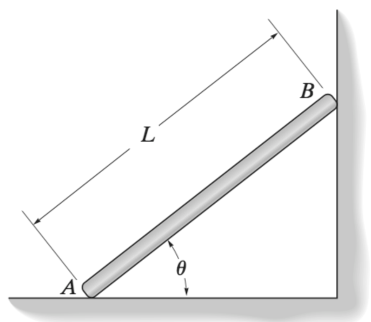
01. (2,5 pontos) Considere a treliça da figura com $\boldsymbol{P} = 84\,N$. Utilizando o método das junções, determine:

a) (1,0) o módulo da força ao longo da junção BA, ou seja, F_{BA};
b) (1,0) o módulo da força ao longo da junção BC, ou seja, F_{BC};
c) (0,5) a qualificação de "tensão" ou "compressão" das forças $\vec{F}_{BA}$ e $\vec{F}_{BC}$.



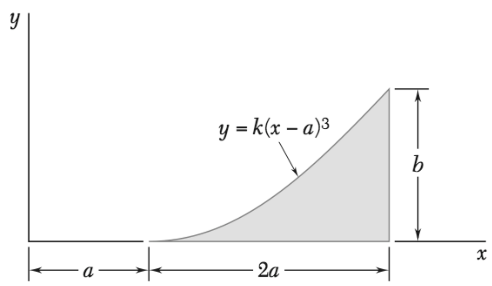
02. (2,5 pontos) A barra AB possui comprimento $L = 8{,}0\,m$ e está submetida a uma carga distribuída linear e de intensidade máxima w, desconhecida. Determine em função de w:

a) (1,0) uma expressão para o esforço cortante $V(x)$;
b) (1,0) uma expressão para o momento fletor $M(x)$.
c) (0,5) Sabendo que o maior esforço cortante possível é igual a $800\,N$ e que o maior momento fletor é igual a $1600\,N$, obtenha o maior valor possível para w em N/m.



03. (2,0 pontos) A barra delgada AB mostrada na figura é feita de um material uniforme e possui massa m. Ela repousa em equilíbrio quando posicionada em contato com o solo e com uma parede vertical. Os coeficientes de atrito em cada extremidade da barra valem μ_A e μ_B.

a) (0,5) Faça um diagrama de corpo isolado para a barra.
b) (1,0) Escreva as equações de equilíbrio translacional e rotacional da barra.
c) (0,5) Obtenha o menor valor do ângulo θ para que a barra não se mova.



04. (3,0 pontos) Considere a área sombreada mostrada no gráfico.

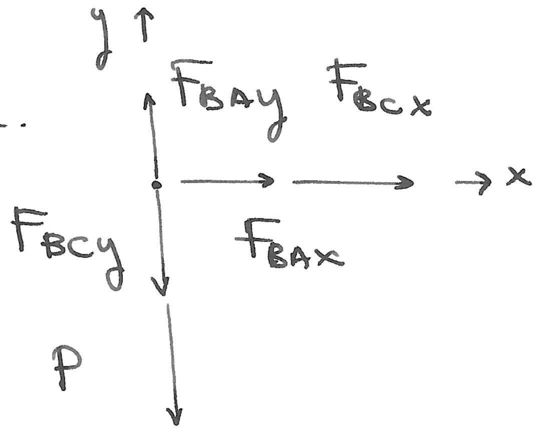
a) (0,5) Determine o valor da área sombreada.
b) (1,0) Obtenha a coordenada x do centróide desta área, ou seja, $\bar{x}$.
c) (1,0) Obtenha a coordenada y do centróide desta área, ou seja, $\bar{y}$.
d) (0,5) Calcule o volume do sólido gerado pela revolução completa da área em torno do eixo x usando o teorema de Pappus-Guldinus.

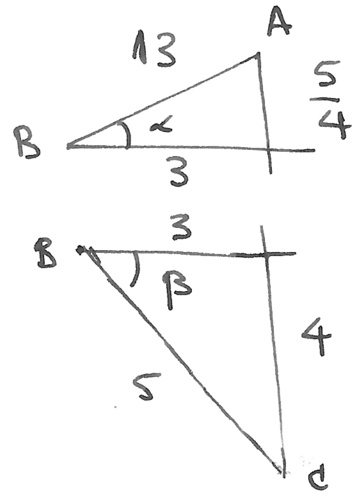
Mecânica 1 – 2ª Prova

2013.2

Resolução

#01.





x: $F_{BCx} + F_{BAx} = 0 \Rightarrow F_{BC}\cos\beta + F_{BA}\cos\alpha = 0$

$$F_{BC}\frac{3}{5} + F_{BA}\frac{3}{13} = 0$$

$$F_{BC} = -\frac{5}{13}F_{BA}$$

y: $F_{BAy} - F_{BCy} - P = 0$

$$F_{BA}\,\text{sen}\,\alpha - F_{BC}\,\text{sen}\,\beta = P$$

$$F_{BA}\frac{5}{52} + \frac{5}{13}F_{BA}\cdot\frac{4}{5} = P$$

$$\frac{F_{BA}}{13}\left(\frac{5}{4} + \frac{20}{5}\right) = P$$

→

02

$$F_{BA}\,\frac{5}{13}\left(\frac{5+16}{20}\right)=P$$

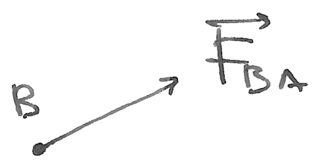
$$F_{BA}=\frac{52}{21}P \Rightarrow \boxed{F_{BA}=208N}$$

b) $$F_{BC}=-\frac{5}{13}F_{BA}=-\frac{5}{\cancel{13}}\,\frac{\overset{4}{\cancel{52}}}{21}P$$

$$F_{BC}=-\frac{20}{21}84 \Rightarrow F_{BC}=-80N$$

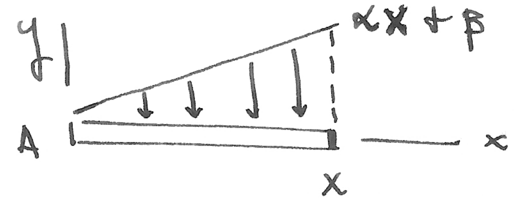
$$\boxed{|F_{BC}|=80N}$$

c) $\vec{F}_{BA}$ ESTÁ NO SENTIDO CORRETO E É DE TENSÃO.



$\vec{F}_{BC}$ DEVE TER SEU SENTIDO INVERTIDO, SENDO ENTÃO DE COMPRESSÃO.

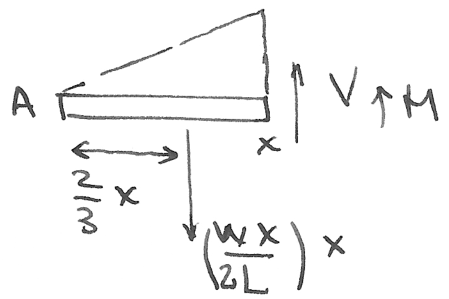
#02. a)



$$w = \alpha x + \beta \Rightarrow x = 0 \,,\ w = 0 \Rightarrow \beta = 0$$

$$x = L \,,\ w(L) = w \Rightarrow \alpha = \frac{w}{L}$$

$$\boxed{w(x) = \frac{w}{L}x}$$



$$F_{Ry} = 0 \Rightarrow V - \frac{wx^2}{2L} = 0$$

$$\boxed{V(x) = \frac{wx^2}{2L}}$$

b) $$M_{RA} = 0 \Rightarrow -\frac{2}{3}x\left(\frac{wx^2}{2L}\right) + V(x)\cdot x + M = 0$$

$$M = -\frac{wx^3}{3L} + \frac{wx^3}{2L} = \frac{wx^3}{L}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$$

$$\boxed{M(x) = \frac{wx^3}{6L}}$$

c) $$V_{max} = 800 = \frac{wL^{\cancel{2}}}{2\cancel{L}} \Rightarrow 800 = \frac{w\cdot 8}{2}$$

$$w = 200\ N/m$$

→

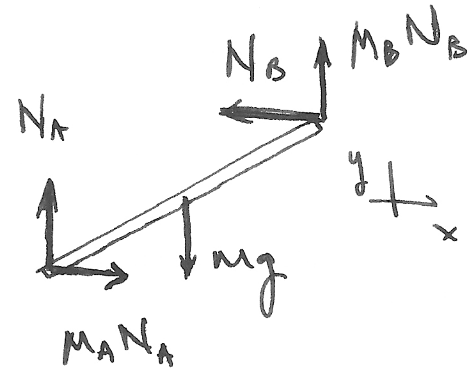
04

$$M_{max} = 1600N = \frac{wL^{\cancel{3}\,2}}{6\cancel{L}} \Rightarrow 1600 = \frac{w.64}{6}$$

$$w = \frac{6.1600}{8.8} = \frac{6.200}{8} = \frac{6.50}{4} = \frac{3}{2}.50$$

$$\boxed{w = 75\ N/m}$$ ← MAIOR VALOR POSSÍVEL PARA W!

#03. a)



b) $x: \mu_A N_A - N_B = 0 \quad (F_{Rx} = 0)$

$y: N_A + \mu_B N_B - mg = 0 \quad (F_{Ry} = 0)$

$z: -mg \frac{L}{2}\cos\theta + N_B L \operatorname{sen}\theta + \mu_B N_B L\cos\theta = 0$

$(M_{RA} = 0)$

c) $-mg\frac{L}{2}\cos\theta + \mu_A N_A L \operatorname{sen}\theta + \mu_B \mu_A N_A L\cos\theta = 0$

$-\frac{mg}{2}\cos\theta + \mu_A N_A \operatorname{sen}\theta + \mu_B \mu_A N_A \cos\theta = 0$

→

$$mg = N_A + \mu_B N_B = N_A + \mu_B \mu_A N_A$$

$$mg = N_A (1 + \mu_A \mu_B)$$

$$\therefore \quad -\frac{N_A}{2}(1 + \mu_A \mu_B)\cos\theta + \mu_A N_A \operatorname{sen}\theta + \mu_A \mu_B N_A \cos\theta = 0$$

$$\mu_A \mu_B \cancel{N_A}\left(1 - \frac{1}{2}\right)\cos\theta - \frac{\cancel{N_A}}{2}\cos\theta + \mu_A \cancel{N_A}\operatorname{sen}\theta = 0$$

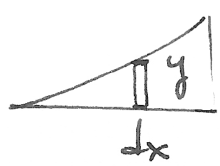
$$\cos\theta\,(\mu_A \mu_B / 2 - 1) = -\mu_A \operatorname{sen}\theta$$

$$\tan\theta = \frac{1 - \mu_A \mu_B / 2}{\mu_A}$$

$$\boxed{\theta = \arctan\left(\frac{2 - \mu_A \mu_B}{2\mu_A}\right)}$$

#04. 1) $A = \int dA \quad , \quad dA = y\,dx$

$$A = \int y\,dx$$



$$A = \int_a^{3a} k(x-a)^3\,dx \quad , \quad u = x - a$$

$$\frac{du}{dx} = 1 \Rightarrow du = dx$$

→

06

$$A = k\int_{u_i}^{u_f} u^3 du = \frac{k}{4}u^4\Big|_{u_i}^{u_f} = \frac{k}{4}(x-a)^4\Big|_{x=a}^{x=3a}$$

$$A = \frac{k}{4}(2a)^4 = 4ka^4$$

$$y(x=3a) = b = k(2a)^3 = 8ka^3$$

$$\therefore \boxed{A = \frac{ab}{2}}$$

b) $$\bar{x} = \frac{\int \tilde{x}\, dA}{\int dA}, \quad dA = y\,dx, \quad \tilde{x} = x.$$

$$\int \tilde{x}\, dA = \int xy\,dx = \int_a^{3a} xk(x-a)^3 dx$$

$$u = x-a, \quad \frac{du}{dx} = 1 \Rightarrow du = dx$$

E então, $x = u + a$, logo

$$\int \tilde{x}\, dA = k \int_a^{3a} (u+a)u^3\, du = k\int_a^{3a} (u^4 + au^3)\, du$$

$$= \left[k\frac{u^5}{5} + ka\frac{u^4}{4}\right]\Big|_{u_i}^{u_f} = k\left[\frac{(x-a)^5}{5} + a\frac{(x-a)^4}{4}\right]\Big|_a^{3a}$$

$$= k\left[\frac{(2a)^5}{5} + \frac{a(2a)^4}{4}\right] = \frac{k}{20}\left(4.32a^5 + 5.a\,16a^4\right)$$

$$= \frac{k}{20}a^5(128 + 80) = \frac{208}{20}ka^5 = \frac{104}{10}ka^5$$

$$= \frac{52}{5}ka^5 \quad \therefore \quad \bar{x} = \frac{52ka^5/5}{4ka^4} = \frac{52}{20}a = \frac{26}{10}a$$

$$\boxed{\bar{x} = 2{,}6a}$$

c) $\bar{y} = \dfrac{\int \tilde{y}\, dA}{\int dA}$, $dA = y\,dx$, $\tilde{y} = \dfrac{y}{2}$

→

08

$$\int \tilde{y}\, dA = \frac{1}{2}\int y\, dA = \frac{1}{2}\int y^2\, dx$$

$$= \frac{k^2}{2}\int_a^{3a} (x-a)^6\, dx \quad , \quad u = x-a, \quad du = dx$$

$$\int_a^{3a} (x-a)^6\, dx = \int_{u_i}^{u_f} u^6\, du = \left.\frac{u^7}{7}\right|_{u_i}^{u_f}$$

$$\Rightarrow \int \tilde{y}\, dA = \left.\frac{k^2}{14}(x-a)^7\right|_a^{3a} = \frac{k^2}{14}(2a)^7$$

$$= \frac{128}{14}k^2a^7 = \frac{64}{7}k^2a^7$$

$$\therefore \quad \bar{y} = \frac{64k^2a^7/7}{4ka^4} = \frac{16}{7}ka^3, \text{ mas } b = 8ka^3$$

$$\boxed{\bar{y} = \frac{2}{7}b} \quad \text{ou} \quad \boxed{\bar{y} = \frac{16}{7}ka^3}$$

d) $V = 2\pi \bar{r} A$, $\bar{r} = \bar{y}$, $A = 4ka^4 = ab/2$

$$V = 2\pi \frac{16}{7} ka^3 \cdot 4ka^4$$

$$\boxed{V = \frac{128}{7} \pi k^2 a^7}$$

Ou ainda,

$$V = 2\pi \cdot \frac{\cancel{2}b}{7} \cdot \frac{ab}{\cancel{2}}$$

$$\boxed{V = \frac{2\pi ab^2}{7}}$$