

Nome: _____

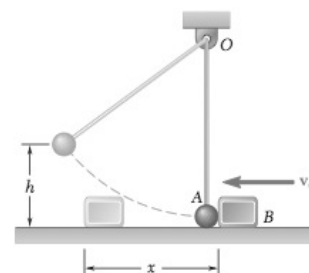
ATENÇÃO:

Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS. Todas as equações estão em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI).

Nos problemas de resolução numérica considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

01. (3,5 pontos) Um bloco B de massa $m_B = 1 \text{ kg}$ se move com velocidade $v_0 = 6 \text{ m/s}$ imediatamente antes de colidir com uma esfera A de massa $m_A = 0,5 \text{ kg}$, que está em repouso preso a uma corda ideal $\overline{AO}$. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco B e a superfície horizontal é igual a $\mu = 0,6$ e o coeficiente de restituição do impacto vale 0,8. Determine:

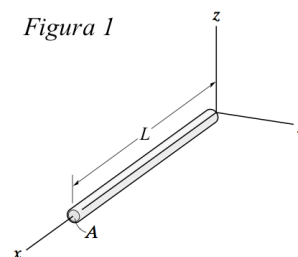
- (1,0) a velocidade dos corpos A e B imediatamente após a colisão;
- (1,0) a altura máxima h atingida pela esfera A após a colisão;
- (1,0) a distância x que o bloco B percorre até parar;
- (0,5) a fração de energia dissipada na colisão.



02. (3,5 pontos) Considere uma barra de comprimento L e área de seção transversal A constante. A densidade volumétrica de massa dessa barra é variável e possui a forma $\rho(x) = \rho_0(1 - x/L)$, onde ρ_0 é uma constante positiva. Veja a figura 1.

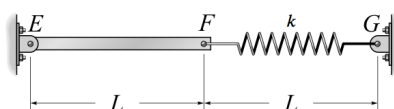
- (1,0) Determine a massa M da barra.
- (1,0) Calcule o momento de inércia da barra em relação ao eixo z . Expresse sua resposta em termos da massa da barra e do seu comprimento ao quadrado.

Figura 1



A barra é agora conectada a uma mola conforme ilustra a figura 2.

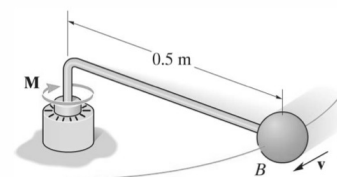
Figura 2



- (1,0) Sabendo que a barra pode girar em torno de E e que ela é abandonada do repouso na posição horizontal, determine sua velocidade angular após ela girar de um ângulo de $\theta = 90^\circ$ no sentido horário. A constante elástica da mola é igual a k e seu comprimento em repouso é igual a L . Não há atrito e a gravidade local possui módulo g e aponta verticalmente para baixo.
- (0,5) Obtenha o valor da constante elástica k de forma que a velocidade angular da barra na situação do item anterior seja igual a zero.

03. (3,0 pontos) Uma bola B de massa igual a 10 kg está presa a uma barra de massa desprezível. A barra está submetida a um torque $M = (2t^2 + 4) \text{ Nm}$, onde t está em segundos. O módulo da velocidade da bola quando $t = 0$ é igual a $v = 2 \text{ m/s}$, determine:

- (1,0) o módulo do momento angular do sistema para $t = 0$;
- (1,0) o módulo da velocidade da bola em função do tempo;
- (1,0) o módulo da velocidade da bola para $t = 2 \text{ s}$.



Mecânica 2 - 2ª Prova

2018.2

Resolução

#04. 1) $\vec{P}_i = \vec{P}_f$

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v_A' + m_B v_B'$$

$$(I) \quad \frac{v_A}{2} + v_B = \frac{v_A'}{2} + v_B'$$

$$(II) \quad e = \frac{v_A' - v_B'}{v_B} \Rightarrow 0,8 v_B = v_A' - v_B'$$

$$(I) \quad \cancel{v_A} + 2v_B = v_A' + 2v_B'$$

$$(II) \quad v_B' = v_A' - 0,8 v_B$$

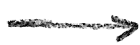
$$\therefore v_A' = 2(v_B - v_B') \quad (II)$$

$$v_A' = 2(v_B - v_A' + 0,8 v_B)$$

$$3v_A' = 2,8 v_B$$

$$v_A' = \frac{2,8}{3} v_B = \frac{28}{30} v_B = \frac{14}{15} v_B$$

$$v_A' = \frac{14 \cdot 6}{15}$$



$$v_A' = \frac{28}{5} \text{ m/s}$$

$$v_B' = v_A' - 0,8 v_B$$

$$v_B' = \frac{28}{5} - 4,8 \Rightarrow v_B' = \frac{56 - 48}{10} \Rightarrow v_B' = 0,8 \text{ m/s}$$

$$\boxed{v_B' = 0,8 \text{ m/s}}$$

b) Conservação de energia: $\Delta K_A + \Delta U_A = 0$

$$\cancel{m_A} \frac{v_A'^2}{2} = \cancel{m_A} g h$$

$$h = \frac{v_A'^2}{2g} \Rightarrow h = \left(\frac{28}{5}\right)^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot 10} = \frac{7 \cdot 28 \cdot 28}{25 \cdot 2 \cdot 5}$$

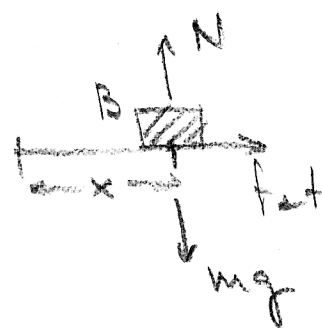
$$\boxed{h = \frac{196}{125} \text{ m}}$$

$$\boxed{h \approx 1,6 \text{ m}}$$

c) $\Delta K_B = W_{\text{fat}}$, Teorema Trabalho - Energia

$$\cancel{m_B} \frac{v_B'^2}{2} - \cancel{m_B} \frac{v_B'^2}{2} = - m m_B g x$$

$$\cancel{m_B} \frac{v_B'^2}{2} = - m m_B g x$$



$$x = \frac{v_B'^2}{2mg} = \frac{(8/10)^2}{2 \cdot 10 \cdot 6/10} = \frac{64}{12 \cdot 100} = \frac{16}{300}$$

→

$$x = \frac{4}{75} \text{ m}$$

$$\Rightarrow x \approx 0,05 \text{ m}$$

$$d) K_{\text{ANTES}} = \frac{m_B v_B^2}{2} = \frac{36}{2} = 18 \text{ J}$$

$$K_{\text{DEPOIS}} = \frac{m_A v_A'^2}{2} + \frac{m_B v_B'^2}{2}$$

$$= \frac{1}{4} \frac{28 \cdot 28}{25} + \frac{8^2}{200} = \frac{196}{25} + \frac{64}{200} = \frac{1632}{200}$$

$$= \frac{816}{100} = \frac{408}{50} = \frac{204}{25}$$

$$f = \frac{K_{\text{DEPOIS}}}{K_{\text{ANTES}}} = \frac{204/25}{18} = \frac{204}{25 \cdot 18}$$

$$f = \frac{102}{25 \cdot 9} = \frac{34}{75} \Rightarrow f = \frac{34}{75}$$

$$f \approx 0,45$$

02. a) $M = \int p dV$, $dV = A dx$

$$M = \int p A dx$$

$$M = A \int_0^L p_0 \left(1 - \frac{x}{L}\right) dx$$

$$M = A p_0 \left(x - \frac{x^2}{2L} \right) \Big|_0^L = A p_0 \left(L - \frac{L}{2} \right)$$

$$M = \frac{p_0 A L}{2}$$

b) $I_2 = \int r^2 dm$, $r = x$, $dm = \rho dV$

$$I_2 = \int x^2 \rho dV = A p_0 \int_0^L x^2 \left(1 - \frac{x}{L}\right) dx$$

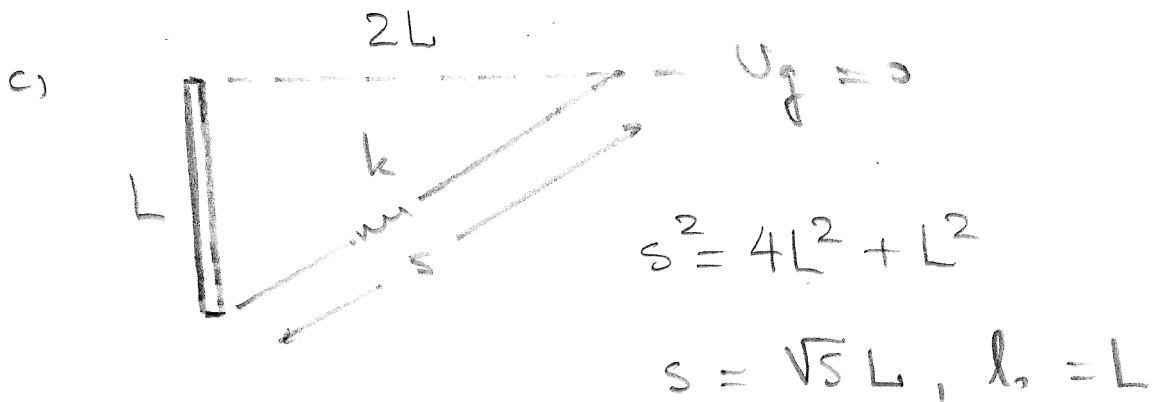
$$I_2 = A p_0 \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4L} \right) \Big|_0^L = A p_0 \left(\frac{L^3}{3} - \frac{L^3}{4} \right)$$

$$I_2 = A p_0 L^3 \left(\frac{4-3}{12} \right)$$



$$I_z = \frac{\rho_0 A L^3}{12}, \quad M = \rho_0 \frac{A L}{2} \Rightarrow 2M = \rho_0 A L$$

$$\therefore \boxed{I_z = \frac{M L^2}{6}}$$



Conservation of Energy: $\Delta K + \Delta U = 0$

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$\frac{k}{2} \cdot 0 = -Mg \frac{L}{2} + \frac{I \omega^2}{2} + \frac{k}{2} (\sqrt{5}L - L)^2$$

$$Mg L - k L^2 (\sqrt{5} - 1)^2 = I \omega^2 = \frac{M L^2 \omega^2}{6}$$

$$6g/L - \frac{6k}{M} (\sqrt{5} - 1)^2 = \omega^2$$

06

$$w = \sqrt{\frac{6g}{L} - \frac{6k}{M} (\sqrt{5}-1)^2}$$

$$d) \quad w=0 \Rightarrow \cancel{6} \frac{g}{L} = \cancel{6} \frac{k}{M} (\sqrt{5}-1)^2$$

$$k = \frac{Mg}{L} \frac{1}{(\sqrt{5}-1)^2}$$

$$\#03. \quad a) \quad \vec{H}_0 = \vec{r} \times \vec{p}_0 \Rightarrow H_0 = r p_0 \sin(\vec{r}, \vec{p})$$

$$H_0 = r p_0 \sin 90^\circ \Rightarrow H_0 = r p_0$$

$$\therefore H = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{H_0 = 10 \text{ kg m}^2/\text{s}}$$

$$b) \quad \Delta \vec{H} = \int \vec{M} dt$$

$$H(t) - H_0 = \int_0^t (2t^2 + 4) dt$$

→

$$H(t) = H_0 + \frac{2}{3}t^3 + 4t = \text{rmv} = 5\text{v}$$

$$5\text{v}(t) = 10 + \frac{2}{3}t^3 + 4t$$

$$v(t) = 2 + \frac{4}{5}t + \frac{2}{15}t^3$$

$$c) \quad v(2) = 2 + \frac{8}{5} + \frac{2 \cdot 8}{15}$$

$$= \frac{10 + 8}{5} + \frac{16}{15}$$

$$= \frac{30 + 24 + 16}{15}$$

$$= \frac{70}{15} = \frac{14}{3}$$

$$v(2) = \frac{14}{3} \text{ m/s}$$