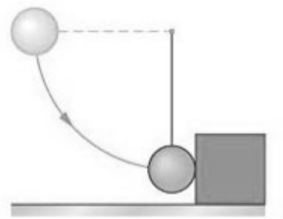
Universidade de Pernambuco
Escola Politécnica de Pernambuco
12 de julho de 2014
Mecânica 2 – 1° Semestre 2014 – 2ª Prova
Turma FG

Nome:____

ATENÇÃO:
Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS. Todas as equações estão em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI).
Nos problemas de resolução numérica considere g = 10 m/s^2.

01. (4,0 pontos) Uma bola de aço de massa m está presa em uma extremidade de uma corda de comprimento L. A outra extremidade está fixa. A bola é liberada quando a corda está na horizontal. Na parte mais baixa da trajetória a bola colide com um bloco de metal de massa $M = 2m$ que estava inicialmente em repouso sobre uma superfície com coeficiente de atrito igual a μ. A colisão é inelástica com coeficiente de restituição e. Sabendo que o experimento é realizado onde a gravidade local tem módulo g e aponta verticalmente para baixo, determine:

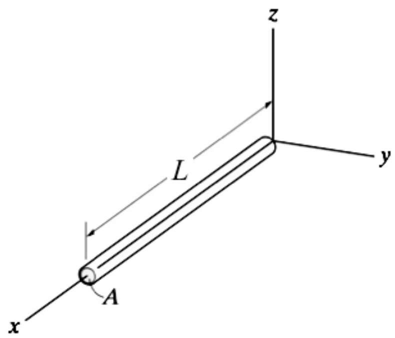


a) (1,0) a velocidade da bola imediatamente antes da colisão;
b) (1,0) a velocidade da bola imediatamente depois da colisão;
c) (1,0) a velocidade do bloco imediatamente depois da colisão;
d) (1,0) a distância percorrida pelo bloco até parar.

02. (3,0 pontos) Uma barra cilíndrica de comprimento L e área da seção transversal A. Sabendo que a densidade de massa desse objeto obedece a relação

$$\rho(x) = \rho_0(1 - x/L),$$

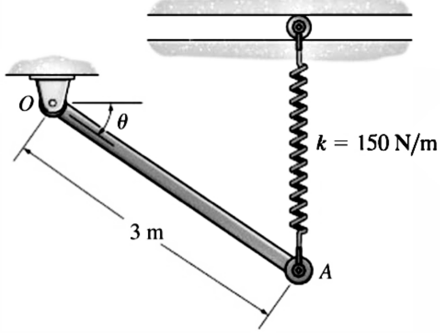
calcule:



a) (1,0) a massa total deste corpo;
b) (1,0) o momento de inércia do objeto em torno do eixo x.
c) (1,0) sua energia cinética quando ele é rotacionado com velocidade angular ω em torno do eixo x.

03. (3,0 pontos) A barra uniforme e delgada OA, de massa $m = 60\ kg$ e comprimento $3{,}0\ m$, está fixada à mola de constante elástica $k = 150\ N/m$. Não há atrito e a gravidade local possui módulo $g = 10\ m/s^2$, constante, e aponta verticalmente para baixo. Sabendo que a mola permanece vertical durante todo o movimento, não está deformada quando $\theta = 0°$ e que a barra é abandonada do repouso nesta posição, responda os itens a seguir.

a) (1,0) Defina um referencial para a energia potencial gravitacional do sistema e calcule a energia mecânica inicial da barra;
b) (1,0) Calcule a velocidade angular da barra quando ela estiver inclinada de um ângulo $\theta = 45°$ em relação à sua posição horizontal inicial.
c) (1,0) Em qual ângulo a barra para momentaneamente?



Dados: não há atrito e o momento de inércia da barra em torno do eixo que passa pelo ponto O é igual a $I = (mL^2)/3$.

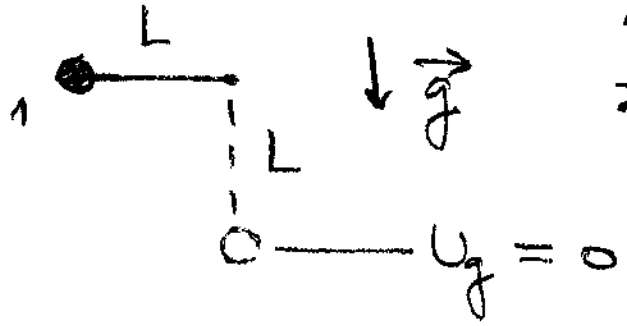
MECÂNICA 2 – 2014.1

TURMA FG

2ª PROVA

RESOLUÇÃO

#01. a)



1 : bola
2 : bloco

$$\Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow \frac{\cancel{m} v_1^2}{2} = \cancel{m} g L$$

$$\boxed{v_1 = \sqrt{2gL}}$$

b)

$$m_1 v_1 + \underbrace{\cancel{m_2 v_2}}_{0} = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$\cancel{m} v_1 = \cancel{m} v_1' + 2\cancel{m} v_2'$$

$$v_1 = v_1' + 2 v_2' \quad (\text{I})$$

$$e = \frac{v_{ALVO}' - v_{PROJ}'}{v_{PROJ} - \underbrace{\cancel{v_{ALVO}}}_{0}} = \frac{v_2' - v_1'}{v_1}$$

$\longrightarrow$

02

$$ev_1 = v_2' - v_1' \quad (II)$$

$$v_1 = v_1' + 2v_2' \quad (I)$$

$$v_2' = ev_1 + v_1' \text{ em (I)}: \quad v_1 = v_1' + 2ev_1 + 2v_1'$$

$$v_1(1-2e) = 3v_1'$$

$$\therefore v_1' = \frac{v_1}{3}(1-2e)$$

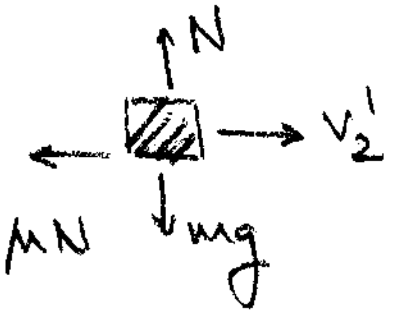
$$\boxed{v_1' = \frac{\sqrt{2gL}(1-2e)}{3}}$$

c) $$v_2' = ev_1 + v_1' = ev_1 + \frac{v_1}{3}(1-2e)$$

$$3v_2' = 3ev_1 + v_1 - 2ev_1 = (e+1)v_1$$

$$\boxed{v_2' = \frac{\sqrt{2gL}}{3}(1+e)}$$

d)



$$\Delta K = W_{tot}$$

$$-\frac{\cancel{m/2}\, v_2'^2}{2} = -\mu \cancel{m/2}\, g\, d$$

$$d = \frac{v_2'^2}{2\mu g} = \frac{1}{\cancel{2}\mu \cancel{g}} \frac{\cancel{2g} L}{9}(1+e)^2$$

$$\boxed{d = \frac{L}{9\mu}(1+e)^2}$$

#02. a)

$$m = \int dm, \quad dm = \rho\, dV$$

$$dV = A\, dx$$

$$\therefore\ m = \int \rho\, dV = \int \rho A\, dx = A\int_0^L \rho_0 (1 - x/L)\, dx$$

$$m = A\rho_0 \left(x - \frac{x^2}{2L}\right)\Big|_0^L = A\rho_0 \left(L - \frac{L^2}{2L}\right)$$

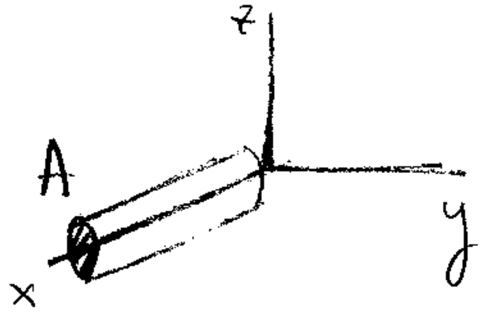
→

04

$$m = A\rho_0 L\left(1-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \boxed{m = \frac{\rho_0 A L}{2}}$$

b) $I = \int r^2 dm$

Utilizando coordenadas cilíndricas no eixo x:



$$A = \pi R^2 \Rightarrow R^2 = \frac{A}{\pi}$$

$r = s$

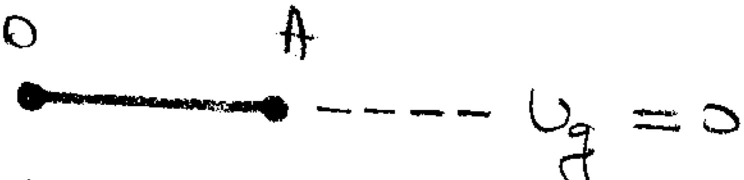
$$I = \int_0^L\int_0^{2\pi}\int_0^R \rho\, s^3\, ds\, d\phi\, dx = \rho_0\, 2\pi \frac{R^4}{4}\int_0^L \left(1-\frac{x}{L}\right) dx$$

$$I = \rho_0 \pi \frac{R^4}{2}\frac{L}{2} = \frac{\rho_0 \pi R^4}{4} L \Rightarrow \boxed{I = \rho_0 \frac{A^2 L}{4\pi}}$$

c) $K_{rot} = \frac{I\omega^2}{2}$

$$\boxed{K_{rot} = \frac{\rho_0 L A^2 \omega^2}{8\pi}}$$

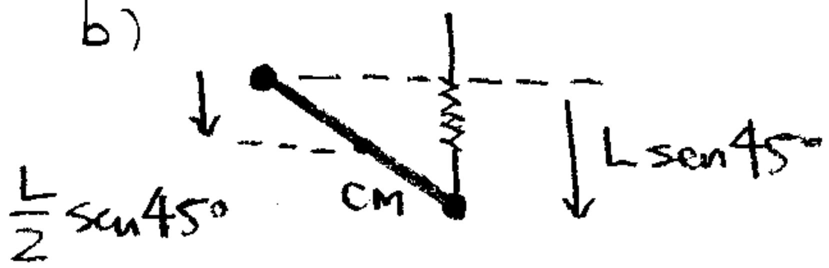
#03. a)



$\theta = 0° \rightarrow$ mola não deformada

$$E_{mec} = K + U_g + U_{el} = 0 \Rightarrow \boxed{E_{mec} = 0}$$

b)



$$E_{mec,i} = E_{mec,f}$$

$$0 = \frac{I\omega^2}{2} - mg\frac{L}{2}\,sen45° + \frac{k}{2}L^2 sen^2 45°$$

$$0 = \frac{mL^{\cancel{2}}\omega^2}{3} - mg\cancel{L}\frac{\sqrt{2}}{2} + kL^{\cancel{2}}\frac{1}{2}$$

$$\frac{m\omega^2 L}{3} = mg\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{kL}{2}$$

$$\omega^2 = \frac{3g\sqrt{2}}{2L} - \frac{3k}{2m}$$

06

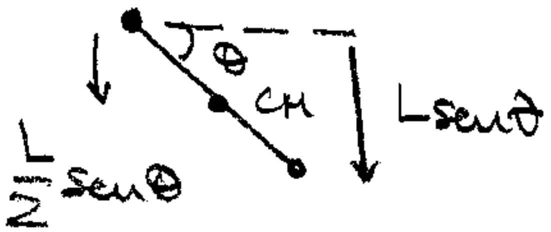
$$w^2 = \frac{\cancel{3}\cdot 10}{2\cdot\cancel{3}}\sqrt{2} - \frac{\cancel{3}\cdot 15\cancel{0}}{2\cdot\cancel{60}_{2}}$$

$$w^2 = 5\sqrt{2} - \frac{15}{4} = \frac{1}{4}\left(20\sqrt{2} - 15\right)$$

$$\boxed{w = \frac{1}{2}\sqrt{5(4\sqrt{2}-3)} \quad \text{rad/s}}$$

c) $E_{mec,i} = E_{mec,f}$

$$0 = 0 - mg\frac{L}{2}\operatorname{sen}\theta + \frac{k}{2}\left(L\operatorname{sen}\theta\right)^2$$



$$\therefore \cancel{L}\, mg\operatorname{sen}\theta = kL^{\cancel{2}}\operatorname{sen}^2\theta$$

$$mg = Lk\operatorname{sen}\theta$$

$$\boxed{\theta = \operatorname{arcsen}\left(\frac{mg}{kL}\right)}$$

$$\boxed{\theta = \operatorname{arcsen} 4/3}$$