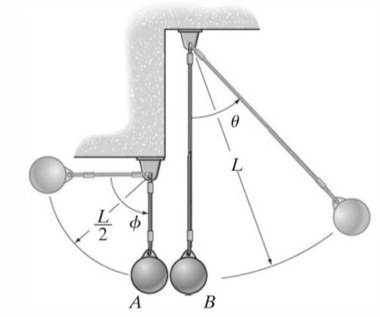
Universidade de Pernambuco
Escola Politécnica de Pernambuco
25 de junho de 2014
Mecânica 2 – 1° Semestre 2014 – 2ª Prova

Nome:____

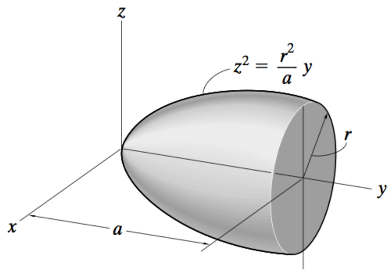
ATENÇÃO:
Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS. Todas as equações estão em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI).
Nos problemas de resolução numérica considere g = 10 m/s^2.

01. (4,0 pontos) Duas bolas idênticas A e B de massa m estão suspensas por cordas de comprimento $L/2$ e L, respectivamente. A bola A é abandonada do repouso quando $\phi = 90°$ onde se movimenta até $\phi = 0°$ colidindo com a bola B. Sabendo que o coeficiente de restituição dessa colisão é igual a e, calcule:



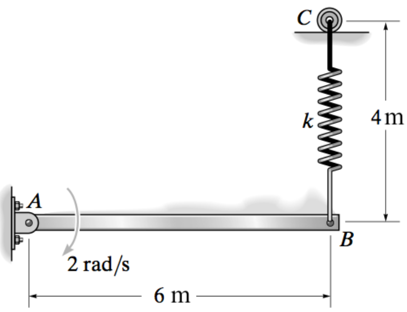
a) (1,0) o módulo da velocidade de cada bola antes do impacto;
b) (1,0) o módulo da velocidade de cada bola após o impacto;
c) (1,0) o valor máximo do ângulo θ que define a altura máxima alcançada por B após o impacto.
d) (1,0) o maior valor possível para o módulo do momento angular da partícula A em torno do ponto onde o fio está fixado.

02. (3,0 pontos) O sólido mostrado na figura é formado pela revolução completa da curva $z^2 = r^2y/a$ em torno do eixo y. Suponha que este sólido possui uma densidade volumétrica de massa constante e igual a ρ.



a) (1,0) Calcule a massa total deste corpo.
b) (1,0) Obtenha o momento de inércia do objeto em torno do eixo y.
c) (1,0) Calcule a energia cinética de rotação deste sólido quando ele é colocado para girar com velocidade angular ω em torno de um eixo paralelo ao eixo y que passa pelo ponto de coordenadas $(0, a, r)$.

03. (3,0 pontos) No instante mostrado na figura, a barra delgada AB, de massa $m = 60\ kg$ e comprimento $6{,}0\ m$ está fixada à mola de constante elástica $k = 12\ N/m$, e é girada com uma velocidade angular $\omega = 2{,}0\ rad/s$. A mola sempre permanece na posição vertical devido ao rolamento C. O comprimento da mola quando ela não está deformada é igual a $l = 2{,}0\ m$. Não há atrito e a gravidade local possui módulo $g = 10\ m/s^2$, constante, e aponta verticalmente para baixo. Responda os itens a seguir.



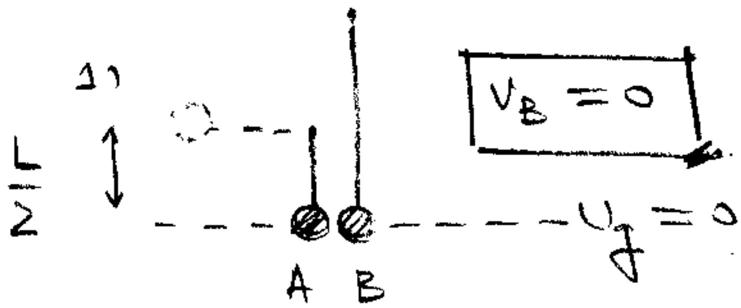
a) (1,0) Defina um referencial para a energia potencial do sistema e calcule a energia mecânica inicial da barra;
b) (1,0) Calcule a velocidade angular da barra quando ela estiver inclinada de um ângulo $\theta = 30°$ em relação à sua posição horizontal inicial.
c) (1,0) Determine o momento angular da barra para o item anterior.

Dado: o momento de inércia da barra em torno do eixo que passa pelo ponto A é igual a $I = (mL^2)/3$.

Mecânica 2 – Turma FD

2ª Prova – 2014.1

#01. 1)



$$\boxed{V_B = 0}$$

$$\Delta K_A + \Delta U_A = 0$$

$$\frac{\cancel{m_A} v_A^2}{2} - 0 + 0 - \cancel{m_A} g \frac{L}{2} = 0$$

$$\boxed{v_A = \sqrt{gL}}$$

b) $m_A v_A + m_B v_B = m_A v_A' + m_B v_B'$

$m_A = m_B = m :$ $\quad v_A + \cancel{v_B}^{\,0} = v_A' + v_B'$

$\therefore \quad v_A = v_A' + v_B' \quad (\text{I})$

$$e = \frac{v'_{ALVO} - v'_{PROJ}}{v_{PROJ} - \cancel{v_{ALVO}}^{\,0}} \Rightarrow e = \frac{v_B' - v_A'}{v_A}$$

$e v_A = v_B' - v_A' \quad (\text{II})$

$\longrightarrow$

(I) + (II): $\quad (e+1)\,v_A = 2\,v_B'$

$$v_B' = \frac{v_A}{2}(e+1) \Rightarrow \boxed{v_B' = \frac{\sqrt{gL}\,(e+1)}{2}}$$

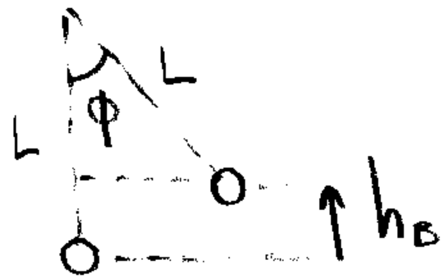
Logo, $v_A' = v_A - v_B'$

$$v_A' = v_A - \frac{v_A}{2}e - \frac{v_A}{2} \Rightarrow \boxed{v_A' = \frac{\sqrt{gL}\,(1-e)}{2}}$$

c) $\quad \Delta K_B + \Delta U_{gB} = 0$ (após a colisão).

$$0 - \frac{\cancel{m_B} v_B'^2}{2} + \cancel{m_B} g h_B - 0 = 0$$

$$h_B = \frac{v_B'^2}{2g}$$



$h_B = L - L\cos\phi \;:\; L - L\cos\phi = v_B'^2/2g$

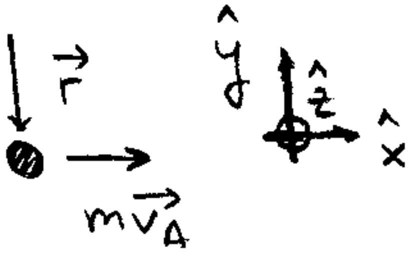
$$L - v_B'^2/2g = L\cos\phi \Rightarrow 1 - v_B'^2/2gL = \cos\phi$$

$$\boxed{\phi = \arccos\left[1 - \frac{(e+1)^2}{8}\right]}$$

d) O maior valor ocorre quando A possui maior velocidade:

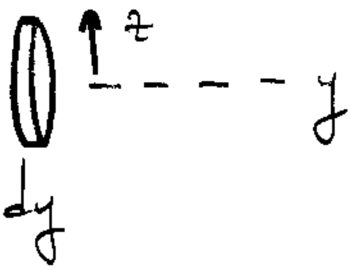
$$\vec{l}_A = \vec{r} \times \vec{p}_A \,, \quad l_A = r m v_A$$

$$\boxed{l_A = \frac{L}{2}\, m\sqrt{gL}}$$



$$\vec{l}_A \parallel \hat{z}$$

#02. a) $m = \int dm = \int \rho \, dV$



$$dV = \pi z^2 dy$$

$$m = \int \rho \pi z^2 dy \,, \quad z^2 = \frac{r^2 y}{a}$$

$$m = \rho\pi \int_0^a \frac{r^2 y}{a} dy = \rho\frac{\pi r^2}{a}\, a^2/2 \Rightarrow \boxed{m = \rho\frac{\pi a r^2}{2}}$$

b) $I_y = \int dI_y \,, \quad dI_y = \frac{z^2 dm}{2}$

$$I_y = \frac{1}{2}\int z^2 \rho \, dV = \frac{1}{2}\rho \int \pi z^4 dy$$

→

04

$$I_y = \frac{1}{2}\rho\pi\int_0^a \frac{r^4}{a^2}y^2\,dy = \frac{\rho\pi r^4}{2a^2}\,\frac{a^3}{3}$$

$$I_y = \frac{\rho\pi r^4 a}{6}, \qquad \rho\pi r^2 a = 2m$$

Logo, $\boxed{I_y = \frac{mr^2}{3}}$ → passa pelo centro de massa!

c) Teorema dos Eixos Paralelos:

$$I = I_{cm} + mh^2 = \frac{mr^2}{3} + mr^2$$

$$I = \frac{4mr^2}{3} \Rightarrow K_{rot} = \frac{I\omega^2}{2}$$

$$\boxed{K_{rot} = \frac{2mr^2\omega^2}{3}}$$

#03. a)

$$E_{mec,i} = K_i + U_{g_i} + U_{el_i}$$

→

$$E_{mec,i} = \frac{I\omega_i^2}{2} + 0 + \frac{k}{2}(H - l_0)^2$$

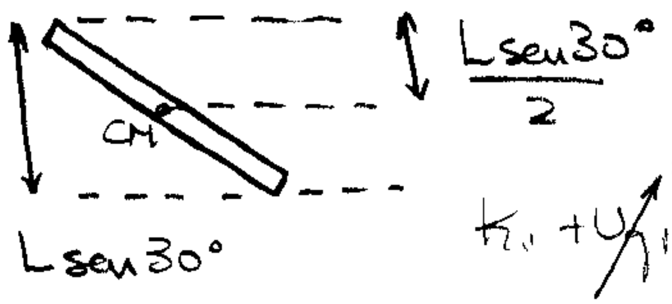
$$I = \frac{mL^2}{3}, \quad \omega_i = 2\,rad/s, \quad H = 4m, \quad l_0 = 2m$$

$$E_{mec,i} = \frac{60 \cdot 6^2}{3} \cdot \frac{2^2}{2} + \frac{12}{2}(4-2)^2$$

$$E_{mec,i} = 60 \cdot 6 \cdot 4 + 6 \cdot 2^2 = 6 \cdot (240 + 4)$$

$$\boxed{E_{mec,i} = 1464\,J}$$

b)



$$\Delta E_{mec} = 0$$

$$K_i + \cancel{U_{g_i}}^{\,0} + U_{el_i} = K_f + U_{gf} + U_{elf}$$

$$\frac{I\omega_i^2}{\cancel{2}} + \frac{k}{\cancel{2}}(H-l_0)^2 = \frac{I\omega^2}{\cancel{2}} - mg\frac{L}{\cancel{2}}\text{sen}30° + \frac{k}{\cancel{2}}(L\text{sen}30° + H - l_0)^2$$

$$\frac{mL^2}{3}\omega_i^2 + k(H-l_0)^2 = \frac{mL^2\omega^2}{3} - mg\frac{L}{2} + k\left(\frac{L}{2} + H - l_0\right)^2$$

$$20 \cdot 36 \cdot 2^2 + 12(2)^2 = 20 \cdot 36\,\omega^2 - 300 \cdot 6 + 12(5)^2$$

$$80.36 + 48 = 720\omega^2 - 1800 + 300 \quad \div 2$$

$$1440 + 24 = 360\omega^2 - 900 + 150$$

$$360\omega^2 = 2214$$

$$\omega^2 = \frac{1107}{180} = \frac{369}{60} = \frac{123}{20}$$

$$\boxed{\omega = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{123}{5}} \text{ rad/s}}$$

c) $l = I\omega$

$$l = 20.36.\frac{1}{2}\sqrt{\frac{123}{5}}$$

$$\boxed{l = 360\sqrt{\frac{123}{5}} \text{ kg m}^2/\text{s}}$$