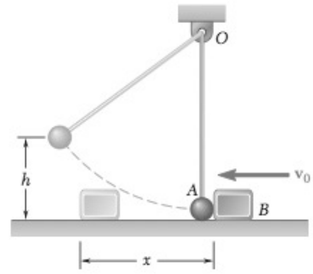
**Universidade de Pernambuco**
**Escola Politécnica de Pernambuco**
**17 de junho de 2015**
**Mecânica 2 – 1° Semestre 2015 – 2ª Prova**

**Nome:**____________________________________________________________

**ATENÇÃO:**
**Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS. Todas as equações estão em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI).**
**Nos problemas de resolução numérica considere g = 10 m/s$^2$.**

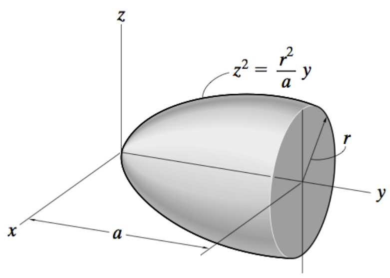
**01. (4,0 pontos)** Um bloco $B$ de massa $m_B = 1\ kg$ se move com velocidade $v_0 = 6\ m/s$ imediatamente antes de colidir com uma esfera $A$ de massa $m_A = 0{,}5\ kg$, que está em repouso preso a uma corda ideal $\overline{AO}$. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco $B$ e a superfície horizontal é desconhecido. O coeficiente de restituição do impacto vale 0,8. Determine:

a) (1,0) a velocidade do corpo $A$ imediatamente após a colisão;
b) (1,0) a velocidade do corpo $B$ imediatamente após a colisão;
c) (1,0) a altura máxima $h$ atingida pela esfera $A$ após a colisão.
d) (1,0) Sabendo distância $x$ que o bloco $B$ percorre até parar é igual a $1{,}0\ m$, determine o valor do coeficiente de atrito entre a superfície e o bloco $B$.



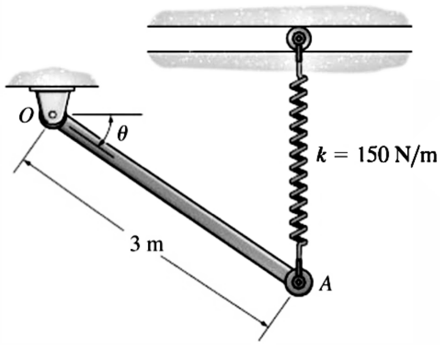

**02. (3,0 pontos)** O sólido mostrado na figura é formado pela revolução completa da curva $z^2 = r^2 y/a$ em torno do eixo $y$. Suponha que este sólido possui uma densidade volumétrica de massa constante e igual a $\rho$.

a) (1,0) Calcule a massa total $M$ deste corpo.
b) (1,0) Obtenha o momento de inércia do objeto em torno do eixo $y$ em função de sua massa.
c) (1,0) Use o Teorema dos Eixos Paralelos para obter o momento de inércia do objeto em torno de um eixo que passa pelos pontos $(0, 0, r)$ e $(0, a, r)$.




**03. (3,0 pontos)** A barra uniforme e delgada $OA$, de massa $m = 60\ kg$ e comprimento $3{,}0\ m$, está fixada à mola de constante elástica $k = 150\ N/m$. Não há atrito e a gravidade local possui módulo $g = 10\ m/s^2$, constante, e aponta verticalmente para baixo. Sabendo que a mola permanece vertical durante todo o movimento, não está deformada quando $\theta = 0°$ e que a barra é abandonada do repouso nesta posição, responda os itens a seguir.

a) (1,5) Determine um referencial e obtenha a energia potencial gravitacional da barra quando ela estiver inclinada de um ângulo $\theta = 30°$ em relação à sua posição horizontal inicial.
b) (1,5) Calcule a velocidade angular da barra quando ela estiver inclinada de um ângulo $\theta = 30°$ em relação à sua posição horizontal inicial.




*Dados: O momento de inércia de uma barra de massa m e comprimento L, em torno do eixo que passa pelo ponto O, perpendicular ao plano da página, é igual a* $I = (mL^2)/3$.

# Mecânica 2

## 2ª Prova

## Turma GG-2015.1

## Resolução

#01. a) b)

$$e = \frac{v'_{ALVO} - v'_{PROJ}}{v_{PROJ} - \cancel{v_{ALVO}}} = \frac{v'_A - v'_B}{v_B}$$

$$P_i = P_f \Rightarrow m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B$$

$$m_B = 2m_A \Rightarrow 2\cancel{m_A} v_B = \cancel{m_A} v'_A + 2\cancel{m_A} v'_B$$

$$2v_B = v'_A + 2v'_B$$

$$\ominus \quad e v_B = v'_A - v'_B$$

$$(2-e)v_B = 3v'_B \Rightarrow v'_B = \frac{1}{3} v_B (2-e)$$

$$v'_B = \frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{\cancel{3}}(2-0{,}8) = 2 \cdot 1{,}2 \Rightarrow \boxed{v'_B = 2{,}4\,m/s}$$

$$v'_A = e v_B + v'_B = 0{,}8 \cdot 6 + 2{,}4$$

$$\boxed{v'_A = 7{,}2\,m/s}$$

02

c) $\frac{\cancel{m_A} v_A'^2}{2} = \cancel{m_A} g h \Rightarrow h = \frac{v_A'^2}{2g}$

$h = \frac{72.\cancel{72}^{36}}{\cancel{2}.10} . 10^{-2} = \frac{72.18}{5}.10^{-2} \Rightarrow \boxed{h \simeq 2{,}6\,m}$

d) $\frac{\cancel{m_B} v_B'^2}{2} = \mu \cancel{m_B} g x \Rightarrow \mu = \frac{v_B'^2}{2gx}$

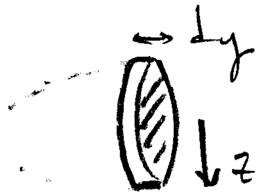
$\mu = \frac{24.\cancel{24}^{12}.10^{-2}}{\cancel{2}.10.1} = \frac{24.6.10^{-2}}{5} = \frac{144.10^{-2}}{5}$

$\boxed{\mu \simeq 0{,}29}$

---

#02. a) $M = \int dM$, $dM = \rho\, dV = \rho A\, dy$

$A = \pi z^2$




$M = \rho \int \pi z^2 dy$, $z^2 = r^2 y / a$

$M = \frac{\rho \pi r^2}{a} \int_0^a y\, dy \Rightarrow M = \frac{\rho \pi r^2 a^2}{2a}$

$$\boxed{M = \frac{\rho \pi r^2 a}{2}}$$

b) $I_y = \int dI_y \,, \quad dI_y = \dfrac{dM\, z^2}{2}$

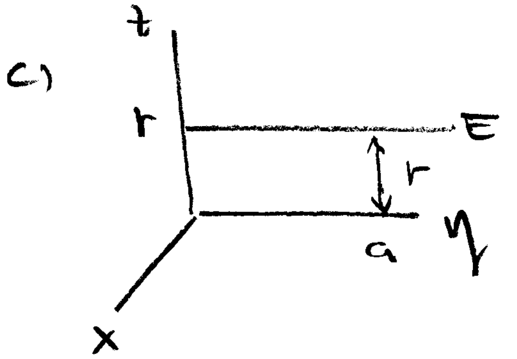
$$I_y = \frac{1}{2}\int \rho\, dV z^2 = \frac{1}{2}\rho \int \pi z^2 . z^2\, dy$$

$$I_y = \rho\frac{\pi}{2}\int_0^a \frac{r^4 y^2}{a^2}\, dy = \rho\,\frac{\pi}{2}\,\frac{r^4}{a^2}\,\frac{a^3}{3}$$

$$I_y = \frac{\rho\pi r^4 a}{6} \,, \quad \rho\pi r^2 = \frac{2M}{a}$$

$$\therefore I_y = \frac{2M}{\cancel{a}} \cdot \frac{r^2 \cancel{a}}{6} \Rightarrow \boxed{I_y = \frac{Mr^2}{3}}$$

c)



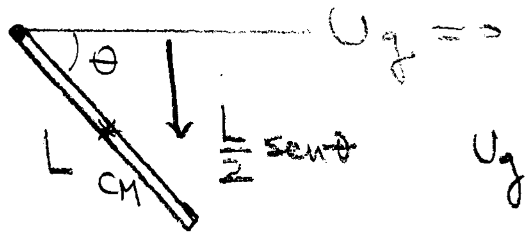

$$I_E = I_{CM} + Mr^2$$

$$I_E = I_y + Mr^2$$

$$I_E = \frac{Mr^2}{3} + Mr^2$$

$$\boxed{I_E = \frac{4}{3}Mr^2}$$

#03.




$$U_g = -mg\frac{L}{2}\,\text{sen}\theta$$

a) $U_g = -\dfrac{900}{2} \Rightarrow \boxed{U_g = -450\,J}$

b) $\cancel{K_i}^{0} + \cancel{U_{gi}}^{0} + \cancel{U_{el\,i}}^{0} = K_f + U_{gf} + U_{elf}$

$$\frac{I\omega^2}{2} + U_{gf} + \frac{k}{2}(L\,\text{sen}\theta)^2 = 0$$

$$I = mL^2/3 = 60 \cdot \frac{9}{3} = 180\,kg\,m^2$$

$$90\omega^2 - 450 + 75(3 \cdot 1/2)^2 = 0 \qquad \div 15$$

$$6\omega^2 - 30 + \frac{5 \cdot 9}{4} = 0 \Rightarrow 6\omega^2 = 5\left(6 - \frac{9}{4}\right)$$

$$6\omega^2 = 5 \cdot \frac{15}{4} \Rightarrow 6\omega^2 = \frac{75}{4}$$

$$w = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{75}{6}} \Rightarrow \boxed{w = \frac{5\sqrt{2}}{4}\ rad/s}$$