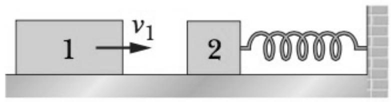
Universidade de Pernambuco
Escola Politécnica de Pernambuco
02 de dezembro de 2015
Mecânica 2 - 2° Semestre 2015 – 2ª Prova

Nome:____

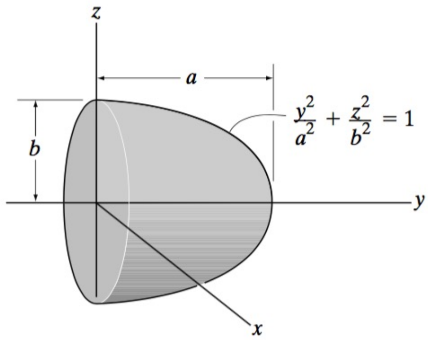
ATENÇÃO:
Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS. Todas as equações estão em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI).
Nos problemas de resolução numérica considere g = 10 m/s^2.
*****Pontuação para soluções parcialmente corretas.**

01. (4,0 pontos) O bloco 2, de massa $1{,}0\ kg$, mostrado na figura está em repouso sobre uma superfície sem atrito e em contato com uma extremidade de uma mola relaxada de constante elástica $300\ N/m$. A outra extremidade da mola está presa em uma parede. O bloco 1, de massa $2{,}0\ kg$, que se move com uma velocidade de módulo $v_1 = 6{,}0\ m/s$, colide com o bloco 2 em uma colisão com coeficiente de restituição $e = 0{,}5$. Determine:



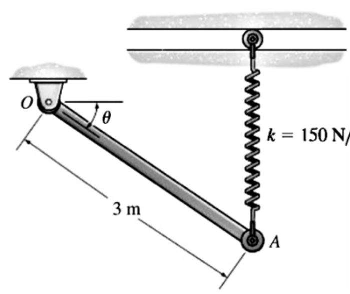
a) (1,0) as velocidades dos blocos após a colisão;
b) (1,0) o módulo do impulso sobre o bloco 1 durante a colisão;
c) (1,0) a perda de energia cinética do sistema na colisão;
d) (1,0) a compressão máxima da mola.

02. (3,0 pontos) O sólido mostrado na figura é formado pela revolução completa da curva $\frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$ em torno do eixo y. Suponha que este sólido possui uma densidade volumétrica de massa constante e igual a ρ.



a) (1,5) Calcule a massa total M deste corpo.
b) (1,5) Obtenha o momento de inércia do objeto em torno do eixo y em função de sua massa.

03. (3,0 pontos) A barra uniforme e delgada OA, de massa $m = 6\ kg$ e comprimento $3{,}0\ m$, está fixada à mola de constante elástica $k = 150\ N/m$. Não há atrito e a gravidade local possui módulo $g = 10\ m/s^2$, constante, e aponta verticalmente para baixo. Sabendo que a mola permanece vertical durante todo o movimento, que não está deformada quando $\theta = 0°$ e que a barra é abandonada do repouso na posição $\theta = 30°$, responda os itens a seguir.



a) (1,5) Calcule o momento de inércia da barra em torno do eixo que passa pelo ponto O.
b) (1,5) Calcule a velocidade angular da barra quando ela estiver na posição horizontal, ou seja, $\theta = 0°$.

Dados: O momento de inércia de uma barra de massa m e comprimento L, em torno do eixo que passa pelo seu centro de massa é igual a $I = (mL^2)/12$.

Mecânica 2 - 2ª Prova

2015.2

Resolução

#01. a) $m_1 v_1 + m_2 \cancel{v_2}^{0} = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

$m_1 = 2\,kg$
$m_2 = 1\,kg$
$m_1 = 2m_2$

$2\cancel{m_2} v_1 = 2\cancel{m_2} v_1' + \cancel{m_2} v_2'$

$2v_1 = 2v_1' + v_2' \quad (I)$

$e = \dfrac{v_2' - v_1'}{v_1} \Rightarrow e v_1 = v_2' - v_1' \quad (II)$

$2(II) + (I): \quad 2v_1 + 2ev_1 = 3v_2' + 0$

$v_2' = \dfrac{2v_1}{3}(1+e) \Rightarrow v_2' = 4(1+0{,}5)$

$\boxed{v_2' = 6\,m/s}$

$v_1' = v_2' - ev_1 = 6 - 3 \Rightarrow \boxed{v_1' = 3\,m/s}$

b) $\vec{J}_1 = \Delta \vec{p}_1 \Rightarrow |\vec{J}| = |\Delta \vec{p}| = |m_1 v_1' - m_1 v_1|$

$|\vec{J}_1| = m_1 |v_1' - v_1| = 2|3-6| \Rightarrow \boxed{|\vec{J}_1| = 6\,Ns}$

02

c) $\Delta K = K - K_0$

$K_0 = \frac{m_1 v_1^2}{2} = 36\,J$

$K = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} = 9 + \frac{1}{2}36 = 9 + 18 = 27\,J$

$$\boxed{\Delta K = -9\,J}$$

d) $\frac{k x_{2\,máx}^2}{2} = \frac{m_2 v_2'^2}{2} \Rightarrow x_{2\,máx} = v_2' \sqrt{\frac{m_2}{k}}$

$x_{2\,máx} = 6 \sqrt{\frac{1}{300}} = \frac{\cancel{3}}{5} \frac{\sqrt{3}}{\cancel{3}} \Rightarrow \boxed{x_{2\,máx} = \frac{\sqrt{3}}{5}\,m}$

#02. a) $m = \int dm = \int \rho\, dV$, $dV = \pi r^2 dy$

$r^2 = b^2\left(1 - \frac{y^2}{a^2}\right) \Rightarrow m = \pi b^2 \rho \int_0^a \left(1 - \frac{y^2}{a^2}\right) dy$

$m = \pi b^2 \rho \left(a - \frac{a^3}{3a^2}\right) = \pi b^2 \rho a \frac{2}{3}$

$$\boxed{m = \frac{2}{3} \pi \rho a b^2}$$

b) $I = \int dI = \int \frac{z^2 dm}{2} = \frac{1}{2}\rho \int z^2 \pi z^2 dy$

$I = \frac{1}{2}\rho\pi \int z^4 dy \quad , \quad z^4 = b^4\left(1 - \frac{y^2}{a^2}\right)^2$

$I = \rho\frac{\pi}{2}b^4 \int_0^a \left(1 - \frac{2y^2}{a^2} + \frac{y^4}{a^4}\right) dy$

$I = \rho\pi\frac{b^4}{2} a\left[1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{5}\right] = \frac{\rho\pi b^4 a}{30}(15-10+3)$

$I = \frac{4}{15}\rho\pi a b^4 \quad , \quad 2\pi\rho a b^2 = 3m$

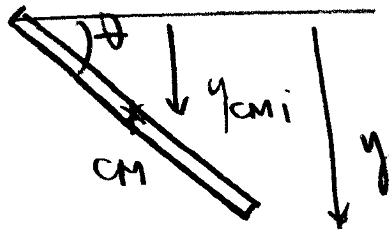
$I = \frac{6}{15} m b^2 \Rightarrow \boxed{I_y = \frac{2}{5} m b^2}$

#03. a) $I_0 = I_{CM} + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{mL^2}{12} + \frac{mL^2}{4}$

$\boxed{I_0 = \frac{mL^2}{3}} \Rightarrow \boxed{I_0 = 18 \text{ kgm}^2}$

04

$$\Delta E_{mec} = 0 \Rightarrow \cancel{K_i}^{0} + U_i = K_f + U_f$$



$$U_g = 0 \qquad mg\,y_{CMi} + \frac{k y_i^2}{2} =$$

$$= I_0 \frac{w^2}{2} + 0$$

$$y_{CMi} = \frac{L}{2} \operatorname{sen}\theta = \frac{L}{2} \operatorname{sen} 30^\circ = \frac{3}{4}$$

$$y_i = L \operatorname{sen}\theta = \frac{3}{2}$$

$$-60 \cdot \frac{3}{4} + \frac{150}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{18}{2} w^2$$

$$-45 + \frac{75}{4} \cdot 9 = 9\, w^2 \Rightarrow w^2 = \frac{1}{9}\left(-45 + 75 \cdot \frac{9}{4}\right)$$

$$w^2 = -5 + \frac{75}{4} = \frac{-20 + 75}{4} = 55/4$$

$$\boxed{w = \frac{1}{4}\sqrt{55}\ \text{rad/s}}$$