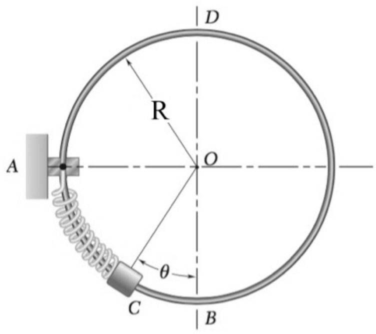
Universidade de Pernambuco
Escola Politécnica de Pernambuco
15 de junho de 2016
Mecânica 2 - 1° Semestre 2016 – 2ª Prova

Nome:____

ATENÇÃO:
Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS. Todas as equações estão em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI).
Nos problemas de resolução numérica considere g = 10 m/s^2.

01. (3,0 pontos) Um pequeno colar C, de massa m, está preso a uma mola ideal e pode se mover sem atrito ao longo de um trilho circular e vertical. A gravidade local tem módulo g e aponta verticalmente para baixo. Sabendo que o comprimento de repouso da mola vale $\pi r/2$, que sua constante elástica vale k e que o colar é abandonado do repouso em $\theta = 30°$, determine:

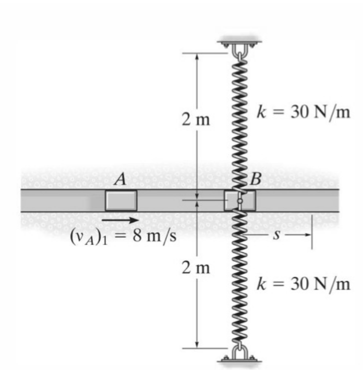


a) (1,0) a maior altura acima do ponto B atingida pelo colar;

b) (1,0) a maior intensidade da velocidade que o colar pode ter.

c) (1,0) o módulo da reação normal do trilho sobre o colar no ponto de velocidade máxima.

02. (4,0 pontos) Uma montagem feita em uma mesa horizontal é constituída de dois blocos A e B, de massas iguais a $1,0\ kg$, que podem se mover apenas ao longo da linha de colisão sem atrito. O bloco A foi arremessado com uma velocidade inicial de $8,0\ m/s$ enquanto que o bloco B está em repouso preso à duas molas ideais de constante elástica $k = 30\ N/m$ e comprimento quando não estão deformadas de $2,0\ m$. Observe a figura.

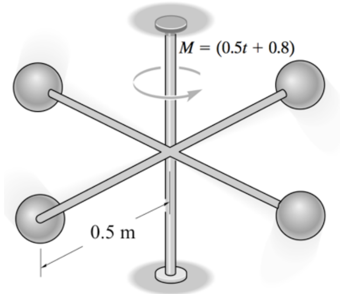


a) (2,0) Se a colisão é inelástica, com coeficiente de restituição igual a $e = 0,5$, determine a energia cinética dos blocos imediatamente após a colisão.

b) (1,0) Determine a fração de energia cinética perdida na colisão.

c) (1,0) Calcule a distância máxima $s_{máx}$ atingida pelos blocos para o caso em que $e = 0$.

03. (3,0 pontos) Considere o sistema da figura que é formado por quatro pequenas esferas, de raios desprezíveis, de massa $m = 0,25\ kg$, que estão conectadas a um eixo girante por braços de comprimento $0,5\ m$ e massa $2,0\ kg$. Todo o conjunto parte do repouso e está sob ação de um torque externo cujo módulo varia com o tempo na forma $M = (0,5t + 0,8)\ Nm$, onde t está em segundos. Determine:



a) (1,0) o momento de inércia de giro do sistema em torno do eixo de rotação;

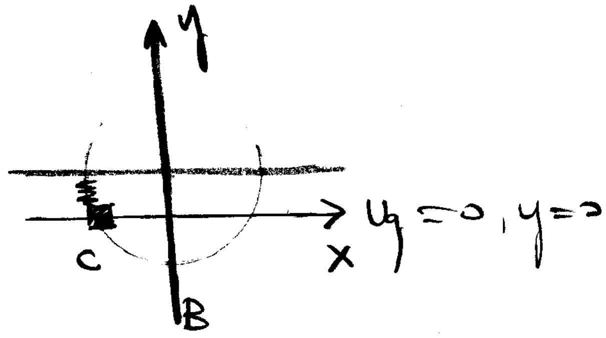
b) (1,0) a velocidade tangencial de giro das esferas em $t = 2,0\ s$;

c) (1,0) a energia cinética do sistema em $t = 2,0\ s$.

MECÂNICA 2 - 2016.1

2ª PROVA

RESOLUÇÃO



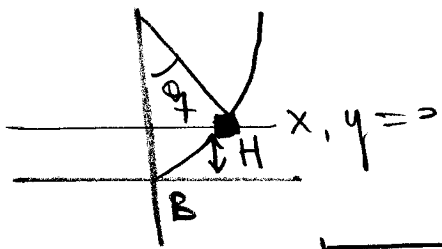
#01 a) $\Delta E_{mec} = 0$

$$\cancel{K_i} + U_i = \cancel{K_f} + U_f$$

$$0 + \frac{k}{2}(\theta_i R)^2 = \frac{k}{2}(\theta_f R)^2 + mgh$$

$$\frac{k}{2} R^2 (\theta_i^2 - \theta_f^2) = mgh \text{ , quando } \theta_i = \theta_f \Rightarrow h = 0$$

Logo, $\theta_f = \theta_i = 30°$



$$H = R - R\cos\theta_f$$

$$H = R(1 - \cos\theta_f)$$

$$H = R(1 - \cos 30°) \Rightarrow \boxed{H = R(1 - \sqrt{3}/2)}$$

Este resultado poderia ter sido obtido por simetria uma vez que não há atrito e a energia mecânica é conservada.

b) $E_{mec\,i} = E_{mec\,f} \Rightarrow \cancel{K_i} + \cancel{U_{g\,i}} + U_{el\,i} = K_f + U_{g\,f} + U_{el\,f}$

$$K_f = U_{el\,i} - U_{g\,f} - U_{el\,f} = \frac{k}{2}(\theta_i R)^2 - U_{g\,f} - U_{el\,f}$$

Para $K_f = K_{f\,máx} \Rightarrow U_{g\,f}$ e $U_{el\,f}$ têm que ser mínimos!

$U_{g\,fmin} = -mgH$

$U_{el\,fmin} = 0 \Rightarrow$ ponto B.

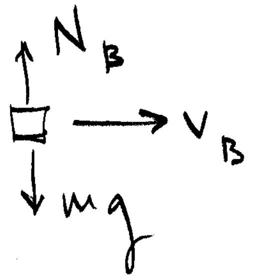
Logo, $K_{fmáx} = \frac{k}{2}(\theta_i R)^2 - (-mgH)$

$$\frac{mv_B^2}{2} = \frac{k}{2}(\theta_i R)^2 + mgH \quad , \quad H = R(1-\cos\theta_i)$$

$$v_B = \sqrt{\frac{k}{m}\left(\frac{\pi R}{6}\right)^2 + 2gR(1-\cos\pi/6)}$$

$$\boxed{v_B = v_{máx} = \sqrt{\frac{k}{m}\frac{\pi^2 R^2}{36} + 2gR(1-\sqrt{3}/2)}}$$

c)



$$N_B - mg = mv_B^2/\rho = mv_B^2/R$$

$$N_B = m\left(g + v_B^2/R\right)$$

$$N_B = m\left[g + \frac{k\pi^2}{36m}R + 2g(1-\sqrt{3}/2)\right]$$

$$\boxed{N_B = \frac{k\pi^2 R}{36} + mg(3-\sqrt{3})}$$

#02. a) $\cancel{m_A} v_A = \cancel{m_A} v_A' + \cancel{m_B} v_B'$

(I) $v_A = v_A' + v_B'$

$$e = \frac{v_B' - v_A'}{v_A - v_B} = \frac{v_B' - v_A'}{v_A}$$

(II) $e v_A = v_B' - v_A'$

$$(I) + (II) = (1+e) v_A = 2 v_B'$$

$$v_B' = \frac{v_A (1+e)}{2} = \frac{8}{2}\left(1 + \frac{1}{2}\right) = 4 \cdot \frac{3}{2}$$

$$\boxed{v_B' = 6 \text{ m/s}}$$

$$v_A' = v_B - e v_A = 6 - 0{,}5 \cdot 8 = 6 - 4$$

$$\boxed{v_A' = 2 \text{ m/s}}$$

$$K_A' = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2 J, \quad K_B' = \frac{1}{2} \cdot 36 = 18 J$$

b) $$r = \frac{K_A' + K_B'}{K_A} = \frac{2+18}{m_A v_A^2/2} = \frac{20}{\frac{1}{2} \cdot 64} = \frac{20}{32} = \frac{10}{16}$$

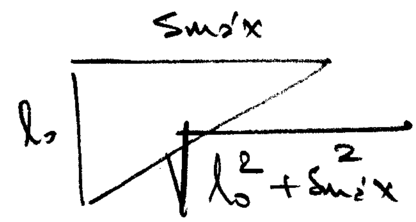
$$f_{perdida} = 1 - r = 1 - \frac{5}{8} \Rightarrow \boxed{f_{perdida} = \frac{3}{8}}$$

04

c) $e' = 0 \Rightarrow v_A' = v_B'$, $m_A v_A = (m_A + m_B) V$

$$V = v_A/2 = 4\,m/s$$

$$\left(\frac{m_A + m_B}{2}\right) V^2 = U_{el}$$



$$16 = \frac{k}{2}\left(\sqrt{l_0^2 + s_{max}^2} - l_0\right)^2 \cdot 2$$ ← duas molas

$$\sqrt{\frac{16}{30}} + l_0 = \sqrt{l_0^2 + s_{max}^2} = \sqrt{\frac{8}{15}} + 2 = \sqrt{\frac{8}{15}} + 2$$

$$4 + s_{max}^2 = \left(\sqrt{8/15} + 2\right)^2$$

$$s_{max}^2 = \frac{8}{15} + \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{15}} + \cancel{4} - \cancel{4}$$

$$s_{max}^2 = \frac{8}{15} + \frac{8\sqrt{2}\sqrt{15}}{15} = \frac{8}{15}\left(1 + \sqrt{30}\right)$$

$$\boxed{s_{max} = 2\sqrt{\frac{2}{15}\left(1 + \sqrt{30}\right)}\ m}$$

$$\boxed{s_{max} \simeq 1{,}86\,m}$$

#03. a) $I = I_{esferas} + I_{barras}$

$$I_{esferas} = 4md^2 = 4 \cdot 0{,}25 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0{,}25\ kgm^2$$

$$I_{barras} = \frac{4Md^2}{3} = \frac{4}{3} \cdot 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{3}\ kgm^2$$

$$I = \frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3+8}{12} = \boxed{\frac{11}{12}\ kgm^2}$$

b) $\Delta\vec{H} = \int \vec{M}\, dt = \vec{H}_f - \cancel{\vec{H}_i} = \int_0^t \vec{M}\, dt$

$\vec{H}_f \parallel \vec{M} \parallel \hat{z}$: $I\omega = \int M\, dt = \int_0^t (0{,}5t + 0{,}8)\, dt$

$$\frac{11}{12}\omega = \frac{t^2}{4} + \frac{4}{5}t = 1 + \frac{8}{5} = \frac{13}{5} \quad p/\ t = 2s$$

$$\omega = \frac{12 \cdot 13}{55}, \quad v = \omega d \Rightarrow \boxed{v = \frac{78}{55}\ m/s}$$

c) $K = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{11}{24}\left(\frac{156}{55}\right)^2 = \frac{11}{24}\,\frac{24336}{3025} \simeq \frac{11}{\cancel{24}_3}\cancel{8}$

$\boxed{K \simeq 3{,}67}$ Joules