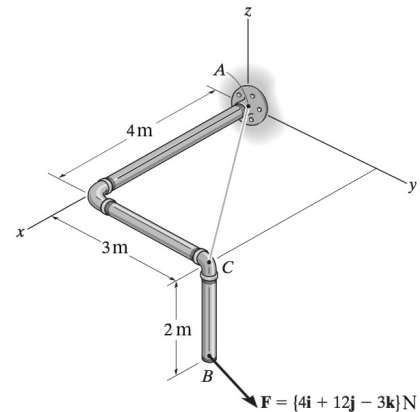


Nome: _____

ATENÇÃO: Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS.

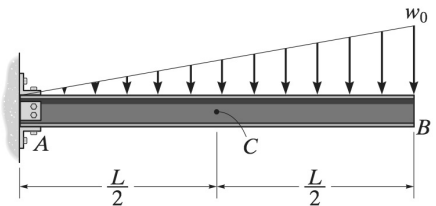
01. (3,0 pontos) Uma tubulação de peso desprezível está sob ação de uma força $\vec{F} = \{4\hat{x} + 12\hat{y} - 3\hat{z}\}N$, conforme ilustra a figura. Determine:

- (1,0) os vetores unitários ao longo das direções $\vec{AB}$ e $\vec{AC}$;
- (1,0) o momento da força $\vec{F}$ em relação ao ponto A;
- (1,0) a componente do momento obtido no item anterior na direção $\vec{AC}$.



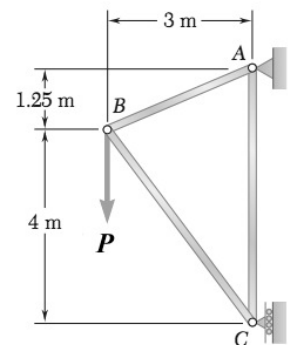
02. (2,0 pontos) A barra AB ilustrada na figura possui comprimento L e está submetida a uma carga distribuída de forma linear, $w(x)$, com valor máximo w_0 .

- (0,5) Obtenha a força reação no apoio A.
- (0,5) Deduza uma expressão para a carga distribuída $w(x)$.
- (1,0) Calcule os módulos das forças normal, de cisalhamento e o momento interno no ponto C.



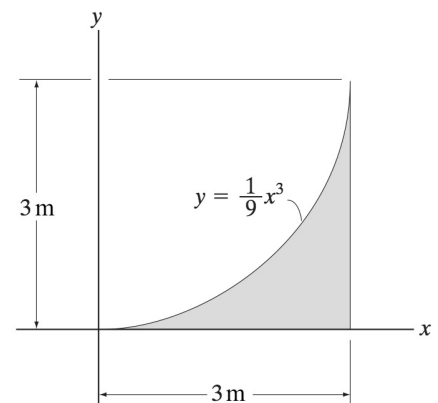
03. (2,0 pontos) Considere a treliça da figura com $P = 84 N$. Utilizando o método das junções, determine o módulo da força:

- (1,0) ao longo da junção BA, ou seja, F_{BA} ;
- (1,0) ao longo da junção BC, ou seja, F_{BC} .



04. (3,0 pontos) Considere a área sombreada mostrada no gráfico.

- (0,5) Determine o valor da área sombreada.
- (1,0) Obtenha a coordenada x do centróide desta área, ou seja, $\bar{x}$.
- (1,0) Obtenha a coordenada y do centróide desta área, ou seja, $\bar{y}$.
- (0,5) Calcule o volume do sólido gerado pela revolução completa da área em torno do eixo y usando o teorema de Pappus-Guldinus.



Mecânica 1 - 2018.2

EXAME FINAL

RESOLUÇÃO

#01. 1) $\vec{r}_{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = (4, 3, -2) - (0, 0, 0) = (4, 3, -2)_m$

$$\hat{r}_{AB} = \frac{(4, 3, -2)}{\sqrt{16+9+4}} = \frac{(4, 3, -2)}{\sqrt{29}}$$

$$\vec{r}_{AC} = \vec{r}_C - \vec{r}_A = (4, 3, 0)$$

$$\hat{r}_{AC} = \frac{(4, 3, 0)}{5}$$

$$\left\{ \hat{r}_{AB} = \frac{1}{\sqrt{29}} (4, 3, -2) \quad , \quad \hat{r}_{AC} = \frac{1}{5} (4, 3, 0) \right\}$$

b) $\vec{M}_A = \vec{r}_{AB} \times \vec{F}$

$$= \frac{1}{\sqrt{29}} \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 4 & 3 & -2 \\ 4 & 12 & -3 \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{29}} [\hat{x}(-9+24) + \hat{y}(-8+12) + \hat{z}(48-12)]$$

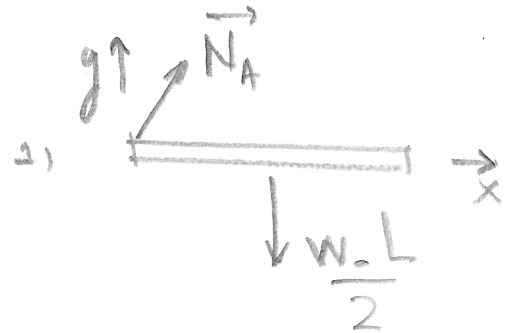
$$\vec{M}_A = \frac{1}{\sqrt{29}} [15\hat{x} + 4\hat{y} + 36\hat{z}] \text{ Nm}$$

$$c) \hat{n}_{AC} \cdot \vec{M}_A = (\vec{M}_A)_{AC}$$

$$(\vec{M}_A)_{AC} = \frac{1}{5} (4, 3, 0) \cdot \frac{1}{\sqrt{29}} (15, 4, 36)$$

$$(\vec{M}_A)_{AC} = \frac{1}{5\sqrt{29}} (60 + 12 + 0)$$

$$(\vec{M}_A)_{AC} = \frac{72}{5\sqrt{29}} \text{ Nm}$$

#02. 2) 

$F_{rx} = 0$

$$\boxed{N_{Ax} = 0}$$

$F_{ry} = 0: N_{Ay} - w \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow \boxed{N_{Ay} = w \cdot \frac{L}{2}}$

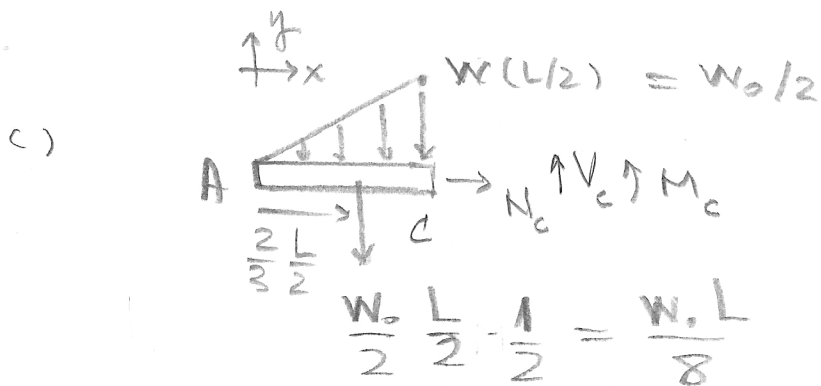
$$\vec{N}_A = \frac{w_0 L}{2} \uparrow$$

b) $w(x) = \alpha x + \beta$

$$w(0) = 0 \Rightarrow \alpha \cdot 0 + \beta = 0 \Rightarrow \beta = 0$$

$$w(L) = w_0 \Rightarrow \alpha \cdot L = w_0 \Rightarrow \alpha = w_0/L$$

$$\therefore w(x) = \frac{w_0}{L} x$$



$$\sum F_{Rx} = 0 \Rightarrow N_c = 0$$

$$\sum F_{Ry} = 0 \Rightarrow N_{Ay} + V - \frac{w_0 L}{8} = 0$$

$$V = \frac{w_0 L}{8} - N_{Ay}$$

$$V = \frac{w_0 L}{8} - w_0 \frac{L}{2}$$



04

$$V = -\frac{3w_0 L}{8}$$

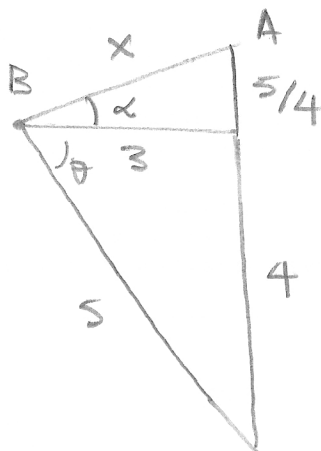
$$M_{RC} = 0 \Rightarrow -N_{Ay} \frac{L}{2} + M_c + w_0 \frac{L}{8} \cdot \left(\frac{1}{3} \frac{L}{2}\right) = 0$$

$$-\frac{N_{Ay}}{2} + M_c + \frac{w_0 L}{48} = 0$$

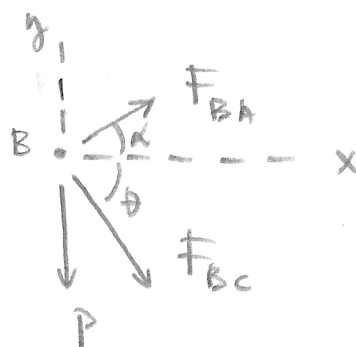
$$-\frac{w_0 L}{4} + \frac{w_0 L}{4 \cdot 12} = -M_c$$

$$M_c = \frac{11}{48} w_0 L$$

03.



$$x = \sqrt{\frac{25}{16} + 9} = \frac{\sqrt{169}}{4} = \frac{13}{4}$$



$$\sum F_{Rx} = 0 \Rightarrow F_{BA} \cos \alpha + F_{BC} \cos \theta = 0$$

→

$$F_{BA} \cos \alpha = -F_{BC} \cos \theta \quad (I)$$

$$F_{Ly} = 0 \Rightarrow F_{BA} \sin \alpha - P - F_{BC} \sin \theta = 0 \quad (II)$$

$$(I) \rightarrow (II): \quad -F_{BC} \frac{\sin \alpha \cos \theta}{\cos \alpha} = P + F_{BC} \sin \theta$$

$$F_{BC} (\tan \alpha \cos \theta + \sin \theta) = -P$$

$$F_{BC} \left(\frac{5}{12} \cdot \frac{3}{5} + \frac{4}{5} \right) = -P$$

$$F_{BC} \left(\frac{15}{12} + \frac{48}{12} \right) = -5P$$

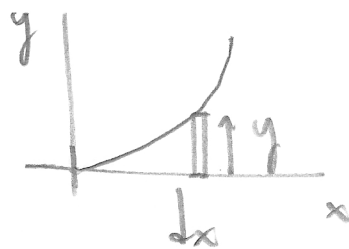
$$F_{BC} = -\frac{60}{63} P \Rightarrow F_{BC} = -\frac{20}{21} P$$

$$\boxed{|F_{BC}| = 80 \text{ N}}$$

$$b) \quad |F_{BA}| = \frac{\cos \theta}{\cos \alpha} |F_{BC}| = \frac{3}{4} \cdot \frac{13}{12} \cdot \frac{16}{80} = \frac{3 \cdot 13 \cdot 4}{3}$$

$$\boxed{|F_{BA}| = 52 \text{ N}}$$

#04. 1) $dA = y dx$



$$A = \int y dx = \int_0^3 \frac{x^3}{9} dx$$

$$A = \frac{1}{9} \frac{x^4}{4} \Big|_0^3 = \frac{3^4}{3^2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3^2}{4} = \frac{9}{4}$$

$$A = 2,25 \text{ m}^2$$

b) $\int \tilde{x} dA = \int x dA = \int x y dx = \int_0^3 x \frac{x^3}{9} dx$

$$= \frac{1}{9} \frac{x^5}{5} \Big|_0^3 = \frac{3^5}{5} = \frac{27}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{\int \tilde{x} dA}{\int dA} = \frac{27/5}{9/4} = \frac{27}{9} \cdot \frac{4}{5} = \frac{12}{5}$$

$$\bar{x} = 2,4 \text{ m}$$

$$c) \quad \bar{y} = \frac{\int \tilde{y} dA}{\int dA}, \quad \tilde{y} = y/2$$

$$\int \tilde{y} dA = \frac{1}{2} \int y y dx = \frac{1}{2} \int_0^3 \frac{x^6}{81} dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{81} \frac{x^7}{7} \Big|_0^3$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3^4} \cdot \frac{3^7}{7} = \frac{3^3}{14}$$

$$\bar{y} = \frac{3^3/14}{9/4} = \frac{3^3}{3^2} \cdot \frac{4}{14} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$$

$$\boxed{\bar{y} \approx 0,86 \text{ m}}$$

$$d) \quad V = 2\pi \bar{r} A, \quad \bar{r} = \bar{x}$$

$$V = 2\pi \cdot \frac{12}{5} \cdot \frac{9}{4} = \frac{54\pi}{5}, \quad \pi \approx 3,14$$

$$\boxed{V \approx 32,4 \text{ m}^3}$$