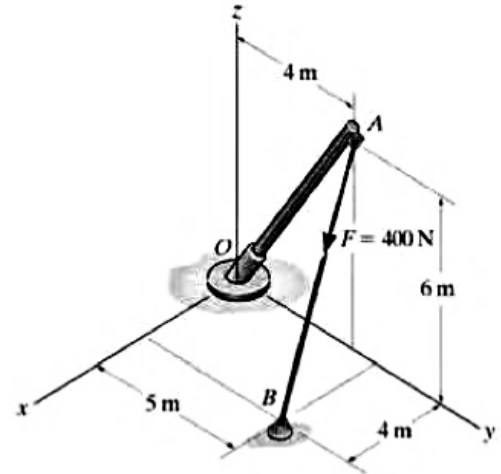


Nome: _____

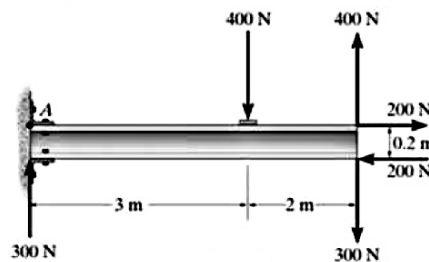
ATENÇÃO: Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS.

01. (3,0 pontos) Uma tubulação de peso desprezível está sob ação de uma força de módulo $F = 400\text{ N}$, conforme ilustra a figura. Determine:

- (1,0) o vetor unitário ao longo da direção $\overrightarrow{AB}$;
- (1,0) a força $\vec{F}$ em notação vetorial;
- (1,0) Obtenha o momento de $\vec{F}$ em relação ao ponto O .

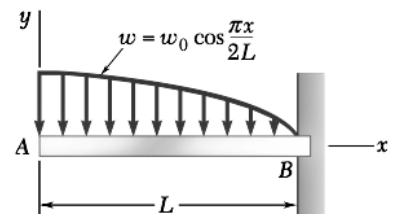


02. (1,5 pontos) Determine o momento de binário resultante sobre a barra da figura abaixo.



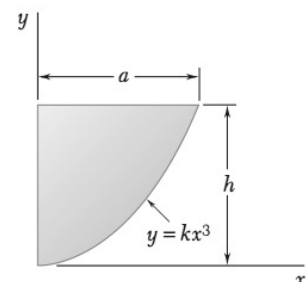
03. (2,5 pontos) A barra AB ilustrada na figura possui comprimento L e está submetida à uma carga distribuída de forma linear, $w(x)$, com valor máximo w_0 .

- (1,0) Calcule o módulo da força resultante equivalente sobre a barra.
- (0,5) Obtenha a força reação no apoio B .
- (1,0) Determine a localização da força resultante equivalente em relação ao ponto A .



04. (3,0 pontos) Considere a área sombreada mostrada no gráfico.

- (0,5) Determine o valor da área sombreada.
- (1,0) Obtenha a coordenada x do centróide desta área, ou seja, $\bar{x}$.
- (1,0) Obtenha a coordenada y do centróide desta área, ou seja, $\bar{y}$.
- (0,5) Calcule o volume do sólido gerado pela revolução completa da área em torno do eixo y usando o teorema de Pappus-Guldinus.



MECÂNICA 1 - TURMA GG

EXAME FINAL 2014.1

RESOLUÇÃO

#01. a) $\vec{r}_{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = (4, 5, 0) - (0, 4, 6)$

$$\vec{r}_{AB} = (4, 1, -6) \text{ m}$$

$$r_{AB} = \sqrt{16 + 1 + 36} = \sqrt{53}$$

$$\hat{n}_{AB} = \frac{1}{\sqrt{53}} (4, 1, -6)$$

b) $\vec{F} = F \hat{n}_{AB} = \frac{400 (4, 1, -6)}{\sqrt{53}}$

$$\vec{F} = \frac{1}{\sqrt{53}} (1600 \hat{x} + 400 \hat{y} - 2400 \hat{z}) \text{ N}$$

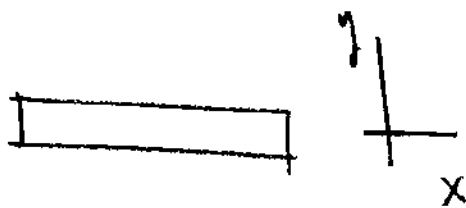
c) $\vec{M}_O = \vec{r}_A \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & 4 & 6 \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$

$$\vec{M}_O = \hat{x} (4F_z - 6F_y) + \hat{y} (6F_x - 0) + \hat{z} (0 - 4F_x)$$

02

$$\vec{M}_0 = \frac{1}{\sqrt{53}} [(-9600 - 2400)\hat{x} + (9600)\hat{y} + (+9600)\hat{z}]$$

$$\vec{M}_0 = \frac{1}{\sqrt{53}} (-12000\hat{x} + 9600\hat{y} + 9600\hat{z}) \text{ Nm}$$

#02. $\vec{M} = ?$ 

$$M = -5.300 - 0,2.200 + 2.400$$

$$M = -1500 - 40 + 800$$

$$\vec{M} = -740\hat{z} \text{ Nm}$$

#03. a) e b) $F_{Ry} = 0$

$$F_{RW} = \int W(x) dx = W_0 \int_0^L \cos\left(\frac{\pi x}{2L}\right) dx$$

$$F_{RW} = W_0 \frac{2L}{\pi} \sin\left(\frac{\pi x}{2L}\right) \Big|_0^L = \frac{W_0 2L}{\pi} \sin \pi/2$$

$$F_{RW} = \frac{2LW_0}{\pi}$$

$$F_B - F_{RW} = 0 \Rightarrow F_B = \frac{2LW_0}{\pi}$$

c) $\bar{x} = \frac{1}{|F_R|} \int x W_0 \cos\left(\frac{\pi x}{2L}\right) dx$

$$\int x \cos\left(\frac{\pi x}{2L}\right) dx = \frac{2L}{\pi} x \sin\left(\frac{\pi x}{2L}\right) \Big|_0^L +$$

$$- \frac{2L}{\pi} \int_0^L \sin\left(\frac{\pi x}{2L}\right) dx$$

→

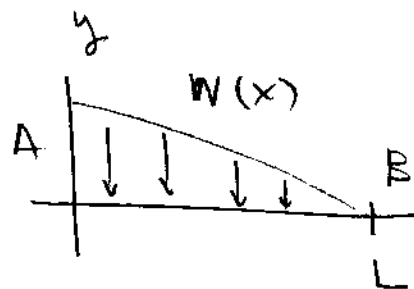
04

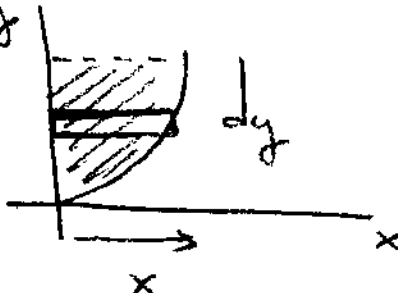
$$= \frac{2L^2}{\pi} + \frac{2L}{\pi} \frac{2L}{\pi} \cos \frac{\pi x}{2L} \Big|_0^L$$

$$= \frac{2L^2}{\pi} + \frac{4L^2}{\pi^2} (0 - 1) = \frac{2(\pi - 2)L^2}{\pi^2}$$

$$\bar{x} = \frac{\pi}{2Lw_0} \cancel{\frac{2L^2}{\pi^2}} (\pi - 2)$$

$$\bar{x} = \frac{L(\pi - 2)}{\pi}$$



4. 2) 

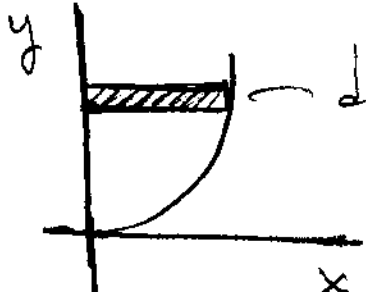
$$dA = x dy, \quad y = kx^3$$

$$A = \int x dy$$

$$A = \int_0^h \sqrt[3]{\frac{y}{k}} dy = k^{-1/3} \int_0^h y^{1/3} dy$$

$$A = k^{-1/3} \frac{h^{4/3}}{4/3} \Rightarrow$$

$$A = \frac{3}{4} \left(\frac{h^4}{k} \right)^{1/3}$$

b)  $dA = x dy$, $x = \left(\frac{y}{k}\right)^{1/3}$
 $\tilde{x} = x/2$

$$\bar{x} = \frac{1}{A} \int \frac{x}{2} dA = \frac{1}{2A} \int x^2 dy = \frac{1}{2A} \int_0^h \left(\frac{y}{k}\right)^{2/3} dy$$

$$\bar{x} = \frac{1}{2A} k^{-2/3} \left[\frac{y^{5/3}}{5/3} \right]_0^h = \frac{1}{2A} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{k^{1/3}}{h^{4/3}} \cdot k^{-2/3} h^{5/3}$$

$$\bar{x} = \frac{2}{5} k^{-1/3} h^{5/3} \cdot h^{-4/3} \Rightarrow \boxed{\bar{x} = \frac{2}{5} \left(\frac{h}{k}\right)^{1/3}}$$

c) $\bar{y} = \frac{1}{A} \int \tilde{y} dA$, $\tilde{y} = y$

$$\bar{y} = \frac{1}{A} \int y x dy = \frac{1}{A} \int_0^h y' \cdot \frac{y'^{1/3}}{k^{1/3}} dy$$

$$\bar{y} = \frac{1}{A} k^{-1/3} \int_0^h y^{4/3} dy = \frac{k^{-1/3}}{A} \left[\frac{y^{7/3}}{7/3} \right]_0^h$$

06

$$\bar{y} = \frac{4}{3} \cancel{k^{1/3}} h^{-4/3} \cdot \cancel{k^{-1/3}} h^{7/3} \cdot \frac{3}{7}$$

$$\boxed{\bar{y} = \frac{4}{7} h}$$

$$d) V = 2\pi \bar{r} A = 2\pi \bar{y} A$$

$$V = 2\pi \cancel{\frac{4}{7}} h \cdot \frac{3}{\cancel{4}} \frac{h^{4/3}}{k^{1/3}}$$

$$\boxed{V = \frac{6\pi}{7} \left(\frac{h^7}{k} \right)^{1/3}}$$