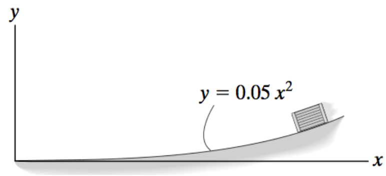
Universidade de Pernambuco
Escola Politécnica de Pernambuco
Mecânica 2 – 1° Semestre 2014 – Exame Final
Turma FN

Nome:____

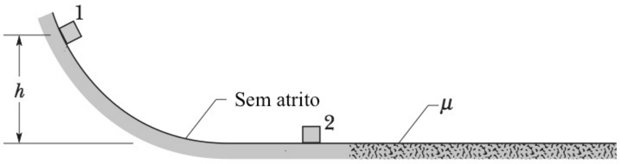
ATENÇÃO:
Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS. Todas as equações estão em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI).
Nos problemas de resolução numérica considere g = 10 m/s^2.

01. (2,0 pontos) A caixa da figura desliza ao longo da trajetória de equação $y = 0{,}05x^2$. Se a caixa possui as componentes na direção x da velocidade e da aceleração iguais a $v_x = -3\ m/s$ e $a_x = -1{,}5\ m/s^2$ na posição $x = 5\ m$, determine para essa posição:



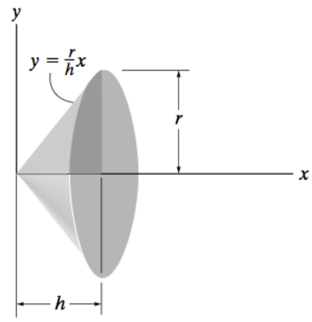
a) (1,0) a componente y da velocidade da caixa;
b) (1,0) a componente y da aceleração da caixa.

02. (3,5 pontos) O pequeno bloco 1, de massa $m_1 = m$, pode deslizar sem atrito ao longo da trajetória mostrada na figura. Após descer de uma altura h, sendo abandonado do repouso, o bloco 1 colide com o bloco 2, em repouso e de massa $m_2 = 2m$, que segue para a região plana com coeficiente de atrito cinético μ. Sabendo que o coeficiente de restituição da colisão é igual a e, determine:



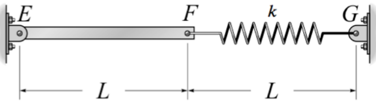
a) (0,5) o trabalho da força gravitacional sobre o bloco 1 até o instante imediatamente antes da colisão;
b) (1,0) a velocidade dos blocos imediatamente antes da colisão;
c) (1,0) a velocidade dos blocos imediatamente depois da colisão;
d) (1,0) a distância percorrida pelo bloco 2 dentro da região com atrito.

03. (3,0 pontos) A seção de cone da figura é formado pelo sólido de revolução completa da curva $y = rx/h$ em torno do eixo x. Supondo que este sólido possui uma densidade volumétrica de massa constante e igual a ρ, calcule:



a) (1,0) a massa total deste corpo;
b) (1,0) seu o momento de inércia do objeto em torno do eixo x.
c) (1,0) Considere agira que a densidade de massa não é constante, mas possui a forma $\rho(x) = \rho_0(1 - x/h)$, onde ρ_0 é constante. Determine o novo momento de inércia do objeto.

04. (1,5 pontos) A barra da figura de massa m pode girar em torno de E e é abandonada do repouso na posição horizontal, quando a mola não está deformada.



Obtenha o valor da constante elástica k em função dos dados do problema e do módulo da gravidade local, g, de forma que a velocidade angular da barra seja igual a zero quando ela estiver na posição vertical.

MECÂNICA 2 - TURMA FN

EXAME FINAL 2014.1

RESOLUÇÃO

#01. $y = 0{,}05x^2$, $v_x = -3$, $a_x = -\frac{3}{2}$, $x = 5$

a) $\dot{y} = 2 . 0{,}05 x\dot{x} = 0{,}1 x \dot{x}$

$v_y = 0{,}1 x \dot{x} = 0{,}1 . 5 . (-3) = -1{,}5$

$$\boxed{v_y = -1{,}5 \text{ m/s}}$$

b) $\dot{y} = 0{,}1 x \dot{x}$

$\ddot{y} = 0{,}1 (\dot{x}^2 + x\ddot{x})$

$a_y = 0{,}1 [(-3)^2 + 5 . (-3/2)]$

$a_y = 0{,}1 [9 + (-15/2)] = \frac{0{,}1}{2} (18 - 15)$

$$\boxed{a_y = 0{,}15 \text{ m/s}^2}$$

02

#02. a) $W_g = -m_1 g \Delta y_1 = -m_1 g (y_{1f} - y_{1i})$

$$W_g = -m_1 g (0 - h) \Rightarrow W_g = m_1 g h$$

$$\boxed{W_g = mgh}$$

b) Bloco 1: $\Delta K = W_g$

$$\frac{\cancel{m_1} v_1^2}{2} - 0 = \cancel{m_1} g h$$

$$\boxed{v_1 = \sqrt{2gh}}$$

Bloco 2: $\boxed{v_2 = 0}$

c) $m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \Rightarrow m v_1 = m v_1' + 2m v_2'$

$$v_1 = v_1' + 2 v_2' \quad (I)$$

$$e = \frac{v_2' - v_1'}{v_1} \Rightarrow e v_1 = v_2' - v_1' \quad (II)$$

$$(\text{I}) + (\text{II}) : (e+1) v_1 = 3 v_2'$$

$$\boxed{v_2' = \frac{\sqrt{2gh}}{3} (e+1)}$$

$$(\text{I}) - 2(\text{II}) : v_1 - 2 e v_1 = v_1' + 2v_2' - 2v_2' + 2v_1'$$

$$v_1 (1-2e) = 3 v_1'$$

$$\boxed{v_1' = \frac{\sqrt{2gh}}{3} (1-2e)}$$

d) $\Delta K_2 = W_{fat}$

$$0 - \frac{\cancel{m_2} {v_2'}^2}{2} = \mu \cancel{m_2} g d$$

$$d = \frac{{v_2'}^2}{2\mu g} \Rightarrow d = \frac{2 \cancel{g} h (e+1)^2}{18 \mu \cancel{g}}$$

$$\boxed{d = \frac{h (e+1)^2}{9 \mu}}$$

04

#03. a) $m = \int \rho \, dV = \rho \int \pi y^2 \, dx$

$$m = \rho\pi \int_0^h \frac{r^2}{h^2} x^2 \, dx = \rho\pi \frac{r^2}{h^2} \frac{h^3}{3}$$

$$\boxed{m = \frac{\rho\pi r^2 h}{3}}$$

b) $I = \int dI, \quad dI = \frac{dm \, y^2}{2}$

$$I = \frac{1}{2} \int y^2 \, dm = \frac{1}{2} \rho \int y^2 \, dV = \frac{\rho}{2} \int \pi y^4 \, dx$$

$$I = \frac{\rho\pi}{2} \int_0^h \frac{r^4}{h^4} x^4 \, dx = \frac{\rho\pi}{2} \frac{r^4}{h^4} \frac{h^5}{5}$$

$$I = \frac{\rho\pi r^4 h}{10}$$

$$\boxed{I = \frac{3}{10} m r^2}$$

c) $$I = \frac{1}{2}\int y^2\,dm = \frac{1}{2}\int y^2 \rho\,dV$$

$$I = \frac{1}{2}\int \rho_0\left(1-\frac{x}{h}\right) y^2\,dV$$

$$I = \frac{\rho_0}{2}\int \left(1-\frac{x}{h}\right) y^2\,\pi y^2\,dx$$

$$I = \frac{\pi\rho_0}{2}\int \left(1-\frac{x}{h}\right)\left(\frac{r^4}{h^4}x^4\right)dx$$

$$I = \rho_0\frac{\pi}{2}\int_0^h \left(\frac{r^4}{h^4}\right)\left(x^4 - \frac{x^5}{h}\right)dx$$

$$I = \rho_0\frac{\pi}{2}\frac{r^4}{h^4}\left(\frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6h}\right)\Bigg|_0^h$$

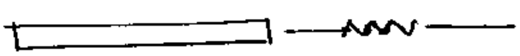
$$I = \frac{\rho_0\pi r^4}{2h^4}\left(\frac{6h^5 - 5h^5}{30}\right)$$

$$\boxed{I = \frac{\rho_0\pi r^4 h}{60}}$$

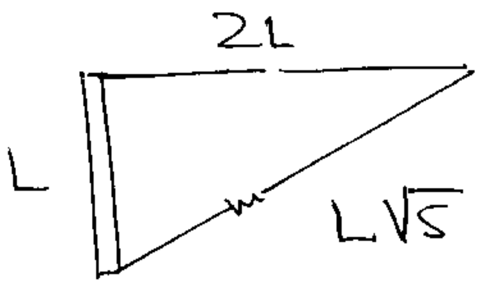
06

\# 04. $\cancelto{0}{\Delta K} + \Delta U_{el} + \Delta U_g = 0$

$$U_{elf} - \cancelto{0}{U_{eli}} = -U_{gf} + \cancelto{0}{U_{gi}}$$



$U_g = 0$



$$U_{elf} = \frac{k}{2}(L\sqrt{5} - L)^2$$

$$U_{gf} = -mg\frac{L}{2}$$

$$\frac{k}{2}(L\sqrt{5} - L)^2 = mg\frac{L}{2}$$

$$\boxed{k = \frac{mg}{L(\sqrt{5}-1)^2}}$$