

Nome: _____

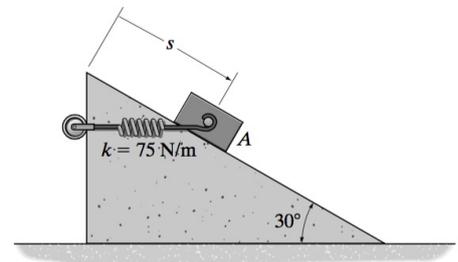
ATENÇÃO:

Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS. Todas as equações estão em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI). Nos problemas de resolução numérica considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.

01. (3,0 pontos) A velocidade de uma partícula que viaja ao longo de um eixo x é dada pela relação $v = v_0 - kx$, onde k é uma constante positiva e v_0 é a sua velocidade inicial. Se $x = 0$ quando $t = 0$, calcule em função do tempo:

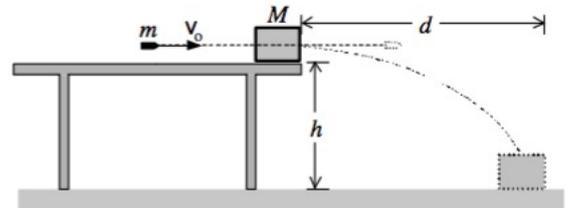
- a) (1,0) a posição da partícula;
- b) (1,0) a velocidade da partícula;
- c) (1,0) a aceleração da partícula.

02. (2,0 pontos) Na figura a seguir, mola não está deformada quando $s = 1 \text{ m}$ e o bloco, de massa $m = 20 \text{ kg}$, é abandonado do repouso nessa posição. Não há atrito e a mola permanece sempre na posição horizontal durante o movimento. Determine para $s = 3 \text{ m}$ os módulos:



- a) (1,0) da aceleração do bloco;
- b) (1,0) da velocidade do bloco.

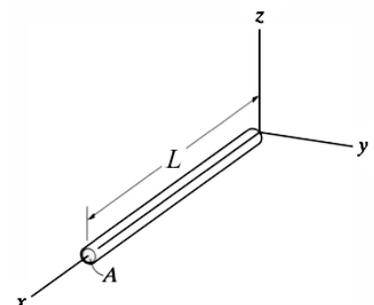
03. (3,0 pontos) Um bloco, de massa M , em repouso na extremidade de uma mesa de altura h , sofre o impacto frontal de um projétil de massa m . A velocidade do projétil, quando atinge o bloco, é horizontal e tem módulo v_0 . O projétil atravessa o bloco, saindo dele praticamente sem mudar a direção de sua trajetória. Como resultado do impacto, o bloco é lançado da mesa e cai no chão, a uma distância horizontal d da sua posição inicial, conforme mostra a figura abaixo. Desprezando-se os efeitos da resistência do ar, calcule



- a) (1,0) o módulo da velocidade do projétil ao deixar o bloco;
- b) (1,0) a distância horizontal máxima percorrida pelo projétil;
- c) (1,0) o tempo de voo do bloco.

04. (2,0 pontos) Uma barra cilíndrica de comprimento L e área da seção transversal A . Sabendo que a densidade de massa desse objeto é constante e igual a ρ , determine:

- a) (1,0) a massa total deste corpo;
- b) (1,0) o momento de inércia do objeto em torno do eixo x .



Mecânica 2 - 2015.2

EXAME FINAL

RESOLUÇÃO

$$a) \quad v = v_0 - kx$$

$$1) \quad \frac{dx}{dt} = v_0 - kx$$

$$\int_{x_0}^x \frac{dx}{v_0 - kx} = \int_0^t dt$$

$$u = v_0 - kx$$

$$du = -k dx$$

$$\therefore 1 - e^{-kt} = \frac{kx}{v_0} \Rightarrow$$

$$x(t) = \frac{v_0}{k} (1 - e^{-kt})$$

$$b) \quad v = v_0 - kx$$

$$v = v_0 - v_0 (1 - e^{-kt}) \Rightarrow v(t) = v_0 e^{-kt}$$

$$c) \quad a(t) = \frac{dv(t)}{dt}$$

$$\Rightarrow a(t) = -kv_0 e^{-kt}$$

$$\int \frac{-du/k}{u} = -\frac{1}{k} \ln u \Big|_{u_0}^{u_t}$$

$$= -\frac{1}{k} \ln \left(\frac{v_0 - kx}{v_0} \right) = t$$

$$\frac{v_0 - kx}{v_0} = e^{-kt}$$

$$1 - \frac{k}{v_0} x = e^{-kt}$$

#02. 1)

$\hat{x}: mg \sin \theta - F_{elx} = ma$
 $\hat{y}: N - mg \cos \theta - F_{ely} = 0$
 $a = \frac{mg \sin \theta - F_{el} \cos \theta}{m}$

$$a = g \sin \theta - \frac{kx \cos \theta}{m}$$

$$x = \Delta s \cos \theta$$

$$a = g \sin \theta - \frac{k \Delta s}{m} \cos^2 \theta \Rightarrow a = 5 - \frac{75}{20} \cdot \frac{2 \cdot 3}{4}$$

$$a = -\frac{5}{8} \Rightarrow a = -0,625 \text{ m/s}^2$$

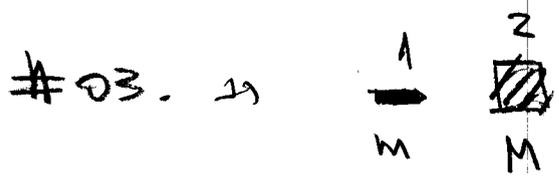
b) $\Delta E_{mec} = 0 \Rightarrow$

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

$$\frac{v^2}{2} = gh - \frac{kx^2}{2m} = g \Delta s \sin \theta - \frac{k}{2m} (\Delta s \cos \theta)^2$$

$$v^2 = 2g \Delta s \sin \theta - \frac{k}{m} (\Delta s)^2 \cos^2 \theta$$

$$v^2 = 20 - \frac{75}{20} \cdot 4 \cdot \frac{3}{4} = \frac{400 - 225}{20} \Rightarrow v = \frac{1}{2} \sqrt{35} \text{ m/s}$$



$$\Delta x_2 = v_{ox2} t_{voo} = d$$

$$y_2 = y_{o2} + v_{oy2} t - \frac{gt^2}{2}$$

$$0 = h - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t_v = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow d = v_{ox2} t_v$$

$$v_{ox2} = \frac{d}{t_v} \Rightarrow v_{ox2} = d \sqrt{\frac{g}{2h}} = v_2'$$

Velocidade do bloco 2
depois da interação

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f \Rightarrow m v_o = m v_1' + M v_2'$$

$$v_1' = v_o - \frac{M}{m} v_2' \Rightarrow v_1' = v_o - \frac{M}{m} d \sqrt{\frac{g}{2h}}$$

$$b) t_v = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow \Delta x_1 = v_1' t_v$$

$$\Delta x_1 = \left(v_o - \frac{M}{m} d \sqrt{\frac{g}{2h}} \right) \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\Delta x_1 = v_o \sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{M}{m} d$$

c) Conforme calculado em (2): $t_v = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

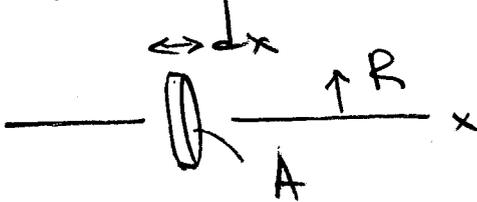
04

04. 1) Como a densidade ρ é constante:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = \rho AL$$

$$m = \rho AL$$

b) $I_x = \int dI_x$



$$I_x = \int \frac{r^2 dm}{2} = \frac{R^2}{2} \int dm = \frac{mR^2}{2}$$

$$R = ? \quad A = \pi R^2 \Rightarrow R^2 = A/\pi$$

$$I_x = \rho \frac{AL}{2} \frac{A}{\pi}$$

$$I_x = \rho \frac{A^2 L}{2\pi}$$