Universidade de Pernambuco
Escola Politécnica de Pernambuco
Mecânica 2 – 1° Semestre 2016 – Exame Final

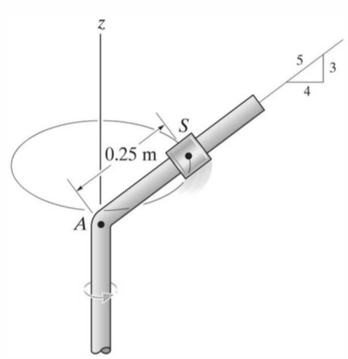
Nome:____

ATENÇÃO:
Soluções sem os respectivos desenvolvimentos, claramente explicitados, NÃO SERÃO CONSIDERADAS. Todas as equações estão em unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI). Nos problemas de resolução numérica considere g = 10 m/s^2.

01. (2,5 pontos) A aceleração de uma partícula, de massa m, que se move em um eixo x horizontal sob ação de uma única força é dada pela equação $a = k/v$, onde k é uma constante positiva. Sabendo que em $x = 0$, $v = v_0$ e $t = 0$, determine:

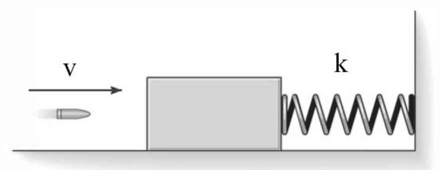
a) (1,0) o módulo da velocidade da partícula em função do tempo t;
b) (1,0) o módulo da velocidade da partícula em função da posição x;
c) (0,5) o valor do módulo da força que atua sobre a partícula em função do tempo;

02. (2,5 pontos) Uma argola S de massa $m = 2\ kg$ pode se mover ao longo de uma barra circular delgada. O coeficiente de atrito estático entre a argola e a barra é igual a $\mu = 0{,}2$. A argola foi posicionada inicialmente a uma distância $d = 0{,}25\ m$ do ponto A, com velocidade nula, e a gravidade local tem módulo $g = 10\ m/s^2$ e aponta verticalmente para baixo.



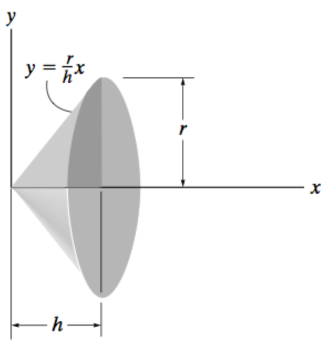
a) (1,0) Esboce as forças que atuam sobre a argola usando um diagrama de corpo isolado e escreva as suas equações de movimento utilizando a Segunda Lei de Newton.
b) (1,0) Determine a velocidade angular máxima constante que o sistema pode ter para que a argola não suba ao longo da barra circular.
c) (0,5) Qual o momento angular da argola em relação ao ponto A na situação do item anterior?

03. (2,5 pontos) Um projétil de massa m é disparado horizontalmente com uma velocidade de módulo v contra um bloco, de massa $9m$, que está preso à uma mola de constante elástica k que inicialmente não está deformada. Não há atrito e o coeficiente de restituição da colisão é igual a e.



a) (1,0) Determine o módulo da velocidade com que o projétil e o bloco se movem após a colisão.
b) (1,0) Calcule a deformação da mola no instante em que o bloco para momentaneamente.
c) (0,5) Em que tipo de colisão deformação da mola seria máxima? Quanto vale a deformação nesse caso?

04. (2,5 pontos) A seção de cone da figura é formada pelo sólido de revolução completa da curva $y = rx/h$ em torno do eixo x. Suponha que este sólido possui uma densidade volumétrica de massa constante e igual a ρ.



a) (1,0) Calcule a massa total deste corpo.
b) (1,0) Obtenha o momento de inércia do objeto em torno do eixo x.
c) (0,5) Calcule a energia cinética de rotação deste sólido quando ele é colocado para girar em torno do eixo x com velocidade angular ω.

Mecânica 2

Exame Final 2016.1

Resolução

#01. $a = k/v$, $x = 0$, $v_0 \neq 0$, $t = 0$.

a) $a = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{k}{v} \Rightarrow \dfrac{v^2 - v_0^2}{2} = kt \Rightarrow \boxed{v(t) = \sqrt{v_0^2 + 2kt}}$

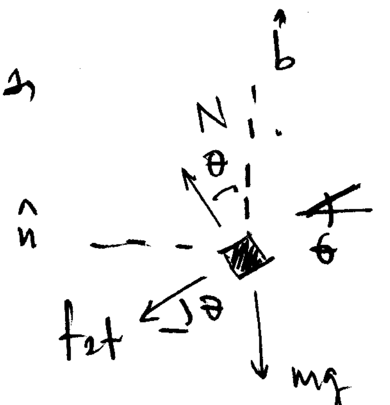
b) $a = v\dfrac{dv}{dx} \Rightarrow \dfrac{k}{v} = v\dfrac{dv}{dx} \Rightarrow v^3 - v_0^3 = 3kx$

$$\boxed{v = \sqrt[3]{v_0^3 + 3kx}}$$

c) $F = ma \Rightarrow m\dfrac{k}{v} = F$

$$\boxed{F = \frac{mk}{\sqrt{v_0^2 + 2kt}}}$$

#02. a)

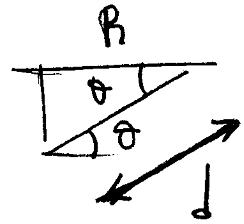


$\hat{n}$: $N \operatorname{sen}\theta + f_{at}\cos\theta = m v^2/R$

$\hat{b}$: $N\cos\theta - f_{at}\operatorname{sen}\theta - mg = 0$

02

b) $N(\cos\theta - \mu \operatorname{sen}\theta) = mg$



$N(\operatorname{sen}\theta + \mu\cos\theta) = m w^2 R$

$$\frac{\operatorname{sen}\theta + \mu\cos\theta}{\cos\theta - \mu \operatorname{sen}\theta} = w^2 R \quad , \quad R = d\cos\theta$$

$$\boxed{w = \sqrt{\frac{1}{d}\left(\frac{tg\theta + \mu}{1 - \mu \tan\theta}\right)}} \quad , \quad \tan\theta = \frac{3}{4}$$

$$\mu = 1/5$$

$$w = \sqrt{4\left(\frac{3/4 + 1/5}{1 - 3/20}\right)} = 2\sqrt{\frac{1/20}{1/20}\left(\frac{15+4}{17}\right)}$$

$$\boxed{w = 2\sqrt{\frac{19}{17}} \text{ rad/s}}$$

c) $\vec{H}_z = I\vec{w} = mR^2 w\hat{z} = m(d\cos\theta)^2 w\hat{z}$

$$\vec{H}_z = 2 \cdot \frac{1}{\cancel{16}} \cdot \frac{\cancel{4}^{2}}{5^2} \cdot 2\sqrt{\frac{19}{17}}\,\hat{z}$$

$$\boxed{\vec{H}_z = \frac{4}{25}\sqrt{\frac{19}{17}}\,\hat{z} \text{ kg m}^2/\text{s}}$$

#03. a) $mv = mv' + MV' = mv' + 9mV'$

$$\begin{cases} v = v' + 9V' \\ e = \dfrac{V' - v'}{v} \end{cases} \Rightarrow (1+e)v = 10V'$$

$$\boxed{V' = \frac{(1+e)}{10}v}$$

$$v' = v - 9V' \Rightarrow v' = \frac{10v - 9v - 9ev}{10}$$

$$\boxed{v' = \frac{(1-9e)v}{10}}$$

b) $\Delta K + \Delta U = 0 \qquad K_i + \cancel{U_{el\,i}}^{\,0} = \cancel{K_f}^{\,0} + U_{el\,f}$

$$\frac{MV'^2}{\cancel{2}} = \frac{kx^2}{\cancel{2}} \Rightarrow x = V'\sqrt{\frac{M}{k}}$$

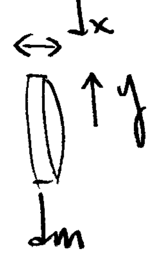
$$\boxed{x = \frac{(1+e)v}{10}\sqrt{\frac{9m}{k}}}$$

c) Pela expressão anterior: $x = x_{máx}$ para $e = 1$

$$\boxed{x_{máx} = \frac{v}{5}\sqrt{\frac{9m}{k}}} \qquad e = 1$$

Colisão Elástica!

#04. $y = rx/h$



$m = \int dm = \int \rho\, dV$

$$m = \rho \int_0^h \pi y^2 dx = \rho\pi \int_0^h r^2 \frac{x^2}{h^2}\, dx = \frac{\rho\pi}{h^2} r^2 \frac{h^3}{3}$$

$$\boxed{m = \frac{\rho\pi r^2 h}{3}}$$

b) $$I = \frac{1}{2}\int y^2 dm = \frac{1}{2}\int y^2 \rho\, dV = \frac{1}{2}\rho\int_0^h y^2 \pi y^2 dx$$

$$I = \frac{\rho\pi}{2}\int_0^h \frac{r^4 x^4}{h^4}\, dx = \frac{\rho\pi r^4}{2\cancel{h^4}} \frac{\cancel{h^5}}{5}$$

$$\boxed{I = \frac{3}{10} m r^2}$$

c) $$K_{rot} = \frac{I\omega^2}{2}$$

$$\boxed{K_{rot} = \frac{3}{20} m r^2 \omega^2}$$